

Physics Lib.

copy 1

MAY 31 1930

5. FOLGE, 1930, BAND 4, HEFT 8

# ANNALEN DER PHYSIK

Gegründet 1790 durch F. A. C. Gren und fort-  
geführt durch L. W. Gilbert, J. C. Poggendorff,  
G. und E. Wiedemann, P. Drude, W. Wien

Der ganzen Reihe 398. Band

## Kuratorium:

F. Paschen      M. Planck      R. Pohl  
A. Sommerfeld    M. Wien      E. Warburg

Unter Mitwirkung  
der Deutschen Physikalischen Gesellschaft  
herausgegeben von

E. GRÜNEISEN, Marburg/L.  
M. PLANCK, Berlin



LEIPZIG / VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH

Im Jahre 1930 erscheinen die Bände 4, 5 und 6 mit je 8 Heften. Der Abonnements-  
preis beträgt pro Band Rm. 28.— zuzüglich Rm. 1.60 für Porto bei direkter Zusendung  
für das Inland und Rm. 2.— für das Ausland. Redaktionsschluß am 28. April 1930

# Inhalt

	Seite
Max Trautz und Martin Gürsing - Heidelberg, Kritik der elektrischen Differentialmethode zur Messung von $C_v$ an Gasen: III. Abkühlungsgeschwindigkeit und Temperaturleitvermögen von Gasen. (Mit 6 Figuren) . . . . .	985
Wolfgang Linck - München, Beiträge zur Raumakustik. (Mit 54 Figuren) . . . . .	1017
Walter Kuntze - München, Beiträge zur Raumakustik. (Mit 65 Figuren) . . . . .	1058
M. v. Laue und E. Rupp - Berlin, Über Elektronenbeugung an nichtmetallischen Einkristallen. (Mit 7 Figuren) . . . . .	1097
M. v. Laue - Heidelberg, Notiz zur Dynamik der Randschichten eines Kristalls vom NaCl-Typus (Zusatz zu der vorhergehenden Arbeit von M. v. Laue und E. Rupp) . . . . .	1121
Ferdinand Schmidt - Heidelberg, Die spektralen Erregungsverteilungen der Phosphoreszenzbanden bei verschiedenen Temperaturen. (Mit 5 Figuren) . . . . .	1127

Die Redaktion der Annalen wird von den auf der Titelseite genannten Herren besorgt. Es wird gebeten, Manuskripte an Herrn **Geh.-Rat Prof. Dr. E. Gränlein**, Marburg/L., Mainzer Gasse 33, einzusenden.

Die Redaktion bittet, die Manuskripte **drukfertig** einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Für die Aufnahme von Dissertationen gelten besondere Bedingungen, welche vom Verlag bekanntgegeben werden.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 **Sonderabdrücke** jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Mitglieder der Deutschen Physikalischen Gesellschaft können die Annalen zu einem Vorzugspreis beziehen.

Anderweitiger **Abdruck** der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Übersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.

Den zur Veröffentlichung eingereichten Abhandlungen ist die Mitteilung beizufügen, daß eine Publikation an anderer Stelle nicht erfolgt ist.

Die **Zeichnungen** sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzuziehen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Bei den **Zitaten** wolle man die Abkürzungen der Zeitschriftentitel nach dem Verzeichnis wählen, welches jedem Jahrgang der „Physikalischen Berichte“ vorangestellt ist.





# ANNALEN DER PHYSIK

5. FOLGE, 1930, BAND 4, HEFT 8

## *Kritik der elektrischen Differentialmethode zur Messung von $C_v$ an Gasen*

### *III. Abkühlungsgeschwindigkeit und Temperaturleitvermögen von Gasen*

**Von Max Trautz und Martin Gürsching**

(21. Mitteilung aus dem Physikalisch-Chemischen Institut  
der Universität Heidelberg)

(Mit 6 Figuren)

**Inhaltsverzeichnis:** Einleitung. — A. Prinzip und Voraussetzungen: 1. Grundgedanke, 2. Frühere Versuche, 3. Grundlagen unserer Methode, 4. Diskussion der möglichen Versuchsanordnungen. — B. Beschreibung der Apparatur: 1. Flaschen, 2. Kompressor, 3. Differentialmanometer, 4. Automatischer Hahn, 5. Registrierapparat, 6. Schaltungen. — C. Die Apparatkosten: 1. Flaschenvolumina, 2. Kompressorvolumina, 3. Flaschenoberflächen, 4. Eichwerte des Differentialmanometers, 5. Registrierapparat. — D. Fehlerquellen und Meßgenauigkeit: 1. Fehlermöglichkeiten, 2. Reproduzierbarkeit der Ablesungen. — E. Gang einer Messung: 1. Vorbereitung, 2. Vorperiode, 3. Hauptperiode, 4. Nachperiode. — F. Versuchsergebnisse: 1. Relative Wärmeverluste, 2. Korrekturen. — G. Ableitung der Temperaturleitfähigkeit aus den Wärmeverlusten: 1. Wärmeverlust des Zylinders, 2. Reduktion auf Wärmeverlust des Zylinders, 3. Definiertheit der Reduktion, 4. Die Temperaturleitzahl bei 20°, 5. Wärmeleitungscoefficienten, 6. Absolute Definiertheit der Ergebnisse. — Zusammenfassung. — Anhang. — Literatur.

### **Einleitung**

Diese Untersuchung verfolgt ein doppeltes Ziel. Es sollte erstens die Abkühlungsgeschwindigkeit eines Gasvolumens, das in einer der bei der  $C_v$ -Bestimmung mit der elektrischen Differentialmethode (1 u. 2) verwendeten ähnlich geformten Flasche im Wärmeaustausch mit der Umgebung steht, so genau ermittelt werden, als man ihrer für die Berechnung der Wandverlustkorrektion bei der  $C_v$ -Messung bedarf, zweitens war aus der gemessenen Abkühlungsgeschwindigkeit die Temperaturleitfähigkeit der Gase abzuleiten.

### **A. Prinzip und Voraussetzungen**

#### **1. Grundgedanke**

Ein durch adiabatische Kompression<sup>1)</sup> erwärmtes Gasvolumen kühlt sich durch Wärmeleitung zur Gefäßwand ab. Der Wärmeverlust ist am Druckverlust als Funktion der Zeit manometrisch zu verfolgen.

#### **2. Frühere Versuche**

Solche Versuche sind nach der Literatur schon früher vorgenommen worden. A. Witz (3) bestimmte den Abfall der durch adiabatische Kompression erzeugten Übertemperatur in gußeisernen Hohlzylindern. Dem von ihm angewandten Kompressionsverhältnis von nur rund 1 : 170 entsprechen Übertemperaturen von 5° und darüber. Demzufolge fällt bei den dort gemessenen Wärmeverlusten ein beträchtlicher Anteil auf die Konvektion und auch auf Strahlung, so daß Witz ähnlich wie Hr. Nusselt (4) unter ganz anderen Bedingungen die Abkühlungsgeschwindigkeit sogar unabhängig von der Gasart finden konnte. Für unsere Zwecke kommen also diese Versuche nicht in Betracht. Ferner wurde die Abkühlungsgeschwindigkeit von Gasen gelegentlich der  $\alpha$ -Bestimmungen nach der Methode von Clément-Desormes gemessen. Hier handelte es sich stets um die empirische Bestimmung eines Korrektionsgliedes für den Wärmeverlust während der Kompressionsperiode. Man extrapolierte mit dem Newtonschen Abkühlungsgesetz auf die Zeit 0 zurück und ermittelte so die „wahre“ erreichte Maximaltemperatur [Kohlräusch (5), Röntgen (6)]. Am sorgfältigsten hat diese Wärmeverlustkorrektion wohl Röntgen mit dem Membranmanometer bestimmt, er gibt aber nur die Resultate seiner Korrektionsrechnungen, nicht die ihnen zugrunde gelegten Messungen (an einem etwa kugelförmigen Gefäß) an. Da es sich um eine rein empirische Korrektion handelt, spielte die Frage, ob Leitung, Strömung oder Strahlung sie verursacht, nur eine untergeordnete Rolle.

#### **3. Grundlagen unserer Methode**

Bei der  $C_v$ -Messung mit der elektrischen Differentialmethode beträgt die Übertemperatur des durch die Wölkchenausdehnung „adiabatisch“ erwärmten Mantelgases in maximo  $7 \cdot 10^{-3}$  Grad. Bei dieser geringen Temperaturdifferenz gegen die Wand kann die Wärmeabfuhr durch Konvektion und erst recht die durch Strahlung nur einen ganz geringen Bruchteil des durch wahre Wärmeleitung verursachten Wärmeverlustes erreichen. Mißt man also unter solchen Bedingungen die Abkühlungsgeschwindigkeit, so erhält man reine Leitungsverluste und kann aus

---

1) Unter „Kompression“ ist in dieser Abhandlung die mutatis mutandis vollkommen analoge „Dilatation“ stets mitzuverstehen.

ihnen auch auf die wahre Temperaturleitfähigkeit des Meßgases schließen. Das erforderliche Kompressionsverhältnis von rund 1:25 000 erreicht man durch Einblasen geringer Gasmengen in eine mit dem Meßgas gefüllte zylindrische Glasflasche von etwa 80 Liter Inhalt. (Zwar wäre für die Bestimmung des Temperaturleitvermögens eine kugelförmige Meßflasche entschieden günstiger, doch zogen wir, um die Verhältnisse am  $C_v$ -Apparat zu kopieren, die zylindrische Form vor.) Bei solch kleinen Kompressionen können dann alle Gase hinsichtlich ihrer Zustandsänderungen als ideal betrachtet werden, was z. B. beim gewöhnlichen Clément-Desormes-Versuch mit manometrischer Temperaturmessung häufig nicht mehr zulässig ist.

#### 4. Diskussion der möglichen Versuchsanordnungen

Fig. 1 zeigt schematisch die Versuchsanordnung. Die nahezu gleichen Flaschenvolumina I und II stehen mit dem Kompressor K über den Hahn P in Verbindung. Zwischen ihnen liegt das Differentialmanometer (DM). Die Volumina im Kompressor können auf beiden Seiten unabhängig voneinander durch Zu- und Abfließenlassen von Quecksilber aus den Einstellbirnen geändert werden.

Mit dieser Apparatur kann man drei Arten von Versuchen ausführen:

##### a) Der Differentialversuch

In Flasche und Kompressor I befindet sich das Meßgas, in II das Bezugsgas (Luft). Bei geschlossenem Hahn P werden im Kompressor die Volumenänderungen so gewählt, daß die beim Druckausgleich gegen die Flaschen erreichten Maximaldrucke in I und II gleich werden: Das Differentialmanometer zeigt zur Zeit 0 (Beginn des Wärmeaustausches) die Druckdifferenz 0 an. In der Abkühlungsperiode tritt dann bei verschiedener Abkühlungsgeschwindigkeit eine am DM abzulesende, als Funktion der Zeit aufzunehmende Druckdifferenz zwischen I und II auf.

##### b) Einzelausschlag

In der mit Luft oder  $H_2$  gefüllten Flasche II ist isotherm so vorzukomprimieren, daß der Überdruck in ihr den in der Meßflasche I durch adiabatische Kompression erreichten Maximaldruck zur Zeit 0 gerade kompensiert. Das DM ist hierbei

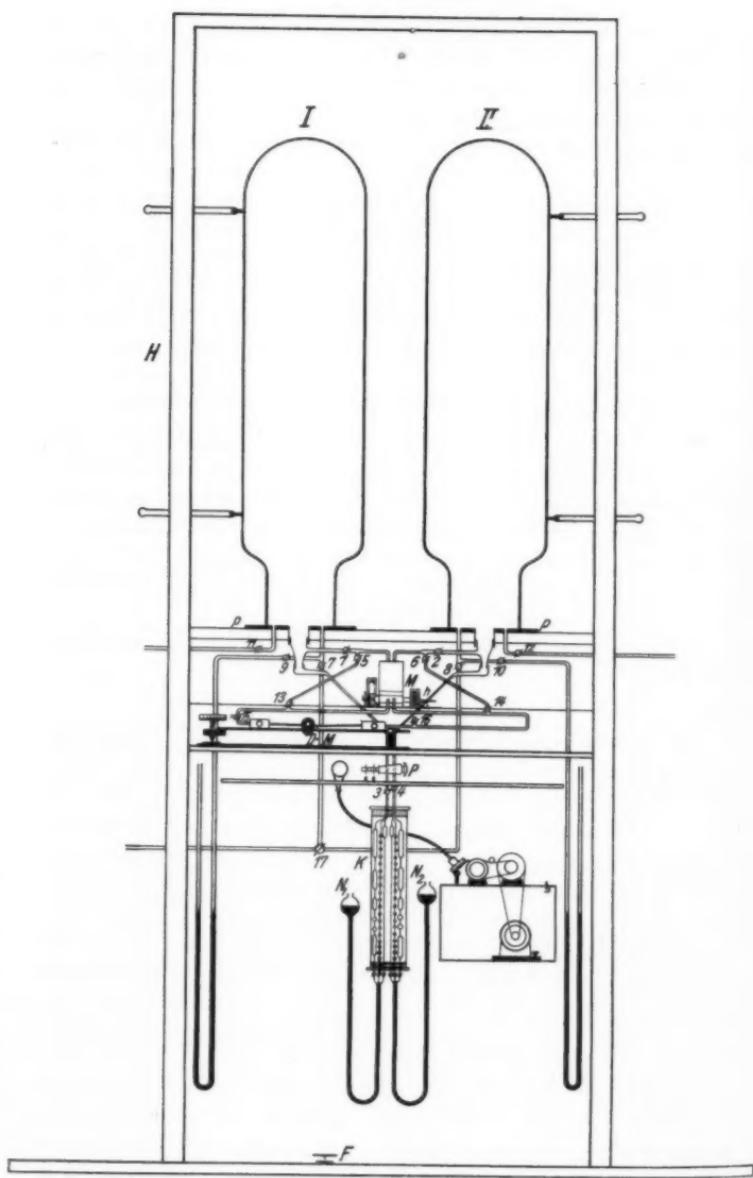


Fig. 1. Gesamtanordnung der Meßapparatur

gegen die Flaschen durch Hahn abzuschließen und erst im Augenblick des Druckmaximums in I zu öffnen. Sein Gang mißt dann den Druckverlust in Flasche I.

#### e) Nullmethode

Vorkompression in Flasche II und Kompression in der Meßflasche wie unter b). Der Druckabfall in I wird am DM durch Änderung seiner Neigung meßbar kompensiert.

Diese drei Verfahren waren auf ihre grundsätzliche und praktische Brauchbarkeit zu prüfen.

Das nächstliegende Verfahren: Kompression des Meßgases und Aufnahme der Manometerbewegung konnte nicht in Frage kommen. Schon wenige Vorversuche zeigten, daß die Manometerträgheit den Maximalausschlag (Zeit 0) fälscht. Das DM schlägt weiter aus als dem tatsächlich erreichten Druck entspricht. Dadurch kann zwar der während der Kompressionsperiode eingetretene Wärmeverlust unter Umständen kompensiert werden, doch ändert das nichts an der Undefiniertheit des so gefundenen Maximaldruckes. Der Verwendung von praktisch trägeheitslosen Metallmembranmanometern standen Bedenken wegen der elastischen Nachwirkung entgegen.

#### ad a) Differentialversuch

Die Volumenänderungen im Kompressor sind, da man bei unserem Kompressionsverhältnis statt  $\left(1 + \frac{v}{V}\right)^{\frac{C_p}{C_v}}$  genügend genau  $\left(1 + \frac{v}{V} \cdot \frac{C_p}{C_v}\right)$  setzen kann, im Idealfalle streng adiabatischer Kompression durch die Gleichung

$$\frac{v_1}{V_1} \cdot \frac{C_p}{C_v} = \frac{v_2}{V_2} \cdot \frac{C_p}{C_v}$$

bestimmt, worin  $v_1$  und  $v_2$  die Volumenänderungen im Kompressor,  $V_1$  und  $V_2$  die entsprechenden Flaschenvolumina,  $C_p$ ,  $C_v$  die dem jeweiligen Gasinhalt eigenen Molarwärmen bei konstantem Druck bzw. konstantem Volumen bedeuten. Praktisch verläuft aber die Kompression nicht adiabatisch, sondern auf beiden Seiten geht erstens ein Teil der Kompressionswärme als „Rohrverlust“ in der Verbindungsleitung Kompressor-Flaschen und Flaschen-DM verloren, ein weiterer Teil fließt während der Kompressionsperiode bereits in die Gefäßwand ab. Der an sich kleine Rohrverlust läßt sich rechnerisch mit genügender Genauigkeit korrigieren, hingegen nicht der Wandverlust, da die Dauer des Druckausgleichs zwischen Kompressor und Flaschen

(Kompressionsperiode) unbekannt bleibt. Dazu kommt, daß es praktisch nur schwer gelingt, die Forderung gleichen Maximaldrucks auf beiden Seiten reproduzierbar zu verwirklichen. Fast stets erhält das *D M* auch bei schnellster Öffnung von *P* einen Impuls nach der einen oder anderen Seite, der dann seine Bewegung mindestens während der ersten Sekunden der Abkühlungsperiode fälscht. Die Ursache ist die während der ersten 0,1 Sek. der Kompressionsperiode, wo sie am größten ist, beiderseits stets etwas wechselnde Einströmungsgeschwindigkeit und wahrscheinlich auch geringe Turbulenz an den Abzweigstellen der Zuleitungen zum *D M*. So bleibt bei diesen Versuchen der Ausgangspunkt des zu messenden Vorganges auf mindestens 1 Proz. unsicher. Da man ferner mit dieser Anordnung nicht die Möglichkeit hatte, etwaige Störungen des Wärmeaustausches, die sich wohl beiderseits in schwer zu überblickender Weise kompensieren, zu erkennen, ist auch die Definiertheit der Meßresultate nach diesem Verfahren zweifelhaft. Zudem liefert es nur Relativzahlen. Deshalb wurden

ad b) *Einzelausschläge*

untersucht.

Flasche und Kompressor *II* waren, damit der isotherme Überdruck möglichst schnell erreicht wurde, mit  $H_2$  gefüllt. Die Verbindung des *D M* zu den Flaschen konnte durch einen zweifach parallel gebohrten, auf elektrische Auslösung automatisch sich öffnenden Hahn *M* (vgl. unten) zwangsläufig mit der Kompression (Hahn *P*) zu einem genau bekannten Zeitpunkt hergestellt werden. Es ergab sich, daß 0,1 Sek. nach Öffnung des Hahnes *P* erst rund 98 Proz. der theoretischen Kompressionswärme erreicht waren. Wurde der Kompensationsdruck in *II* auf Druckgleichheit im Moment der Öffnung von *M* eingestellt, so blieb das *D M* meist noch rund 2 Sek. in Ruhe. Während dieser Zeit wurde also der Wärmeabfluß an die Flasche gerade durch die noch zunehmende Kompression in *I* aufgewogen. Das tatsächliche Ende der Kompression bleibt naturgemäß unscharf. Die Wärmeverluste, die man erhält, wenn man sie auf den Beginn des Druckabfalls und die bis dahin erreichte Kompressionswärme (rund 97 Proz. der theoretischen) bezieht, sind naturgemäß erheblich zu klein, denn das Temperaturgefälle bildet sich schon vom Beginn der Kompression an aus, und bis Sek. 2 (die der Nullpunkt dieser Berechnung wäre) sind schon 10 Proz.

der bis zu Sek. 0,1 (Öffnung von  $M$ ) erzeugten Wärme abgeflossen. Die rechnerische Korrektion auf die Zeit 0, für die man der Kenntnis der Temperaturleitfähigkeit des untersuchten Gases bedarf, und die noch 40 Proz. des Wärmeverlustes bei Sek. 10 ausmacht, bleibt, da die Einströmungsgeschwindigkeit des Kompressionsrestes unbekannt ist und auch nur schwer in Rechnung zu setzen wäre, deshalb auf etwa 5 Proz. unsicher. Mit diesem Vorbehalt seien die so gefundenen Verlustzahlen wiedergegeben.

Tabelle 1

Meßgas Luft; Kompensationsgas  $H_2$ ; Kompressionsvolumen rd.  $2 \text{ cm}^3$ 

Zeit	a	b	c	Mittel	FK.	Diff.
11,33	0,292	0,286	0,287	0,288	0,247	0,041
20,0	0,400	0,391	(0,380)	0,390	0,318	0,072

Diese Wärmeverluste liegen durchweg rund 15 Proz. höher als die nach der Abkühlungsfunktion des Zylinders (im folgenden stets als Fundamentalkurve (FK.) bezeichnet; vgl. S. 1009, Tab. 5) zu erwartenden. Für  $\tau = 20$  ist das nicht auffallend, denn dort weicht der Verlust unserer Meßflasche von dem des Zylinders schon um ebensoviel ab, während für Sek. 10 die Abweichung noch unter 10 Proz. bleibt. Der Verlust für  $\tau = 11,33$  liegt demnach auch bei Berücksichtigung der Abweichung von der Zylinderform bei allen drei Versuchen noch rund 3 Proz. über dem der FK. entnommenen. Dies ist durch die Trägheit des  $DM$  verursacht. Die auf die Manometerflüssigkeit wirkende Beschleunigung nimmt vom Beginn der Abkühlung an dauernd ab, weshalb sich der träge Flüssigkeitsfaden in einem Zeitabschnitt, in dem die Trägheit noch nicht durch seine Reibung aufgewogen wird, mit größerer Geschwindigkeit bewegt, als ihm nach dem tatsächlichen Druckabfall zukäme.

Damit führen diese Versuche zu folgenden Forderungen für die endgültigen Messungen:

- Der Hahn  $P$  darf nur höchstens 0,1 Sek. geöffnet werden. Das während dieser Zeit erreichte effektive Kompressionsvolumen ist aus der Restdruckdifferenz  $I-II$  nach Abfluß der Kompressionswärme zu ermitteln.
- Der Druckabfall in der Abkühlungsperiode ist am Manometer zu kompensieren.

c) Zur Ableitung der Temperaturleitfähigkeit aus den Druckverlustmessungen ist für Gase mit ähnlicher Temperaturleitzahl wie Luft der Verlust bis spätestens Sek. 12 auf  $\pm 0,5$  Proz. seines Betrages zu messen.

Das endgültige Verfahren wurde deshalb als Nullmethode mit dauernder Kompensation des Druckes in der Meßflasche ausgebildet.

### **"B. Beschreibung der Apparatur<sup>1)</sup>**

#### **1. Flaschen**

Die beiden nahezu gleichen Glasflaschen (Fig. 1) standen senkrecht mit der Mündung nach unten in einem 1,60 m hohen Holzkasten *H*, der zur thermischen Isolierung mit Korkschröt gefüllt war. Die innere Oberfläche und der Radius waren vor dem Einbau durch Bestimmung ihres Umfangs und der Wanddicke von 10 zu 10 cm ausgemessen (Volumenbestimmung vgl. u.). Den Verschluß der Flaschen bildete je eine mit weißem Siegel-lack aufgeklebte 5 mm dicke Messingplatte *p*, die in der Mitte einen 5 cm lichten Stutzen aus Messingblech mit eingekittetem Glasschliff und außerdem symmetrisch auf beiden Seiten 0,5 cm lichte Stutzen zur Aufnahme der Glasleitungen zum Quecksilbermanometer, zur Öl-pumpe bzw. zur Stahlflasche mit dem Meßgas trug. Alle Zu- und Verbindungsleitungen waren mit Werg sorgfältig thermisch isoliert.

#### **2. Kompressor**

Die Leitungen zum Kompressor und zum *D M* zweigten vom mittleren Stutzen ab. Dort war der Kompressor durch Schliff und 4 mm weite, zur Vermeidung von Spannungen zweimal durch Druckschlauchgelenke (Glas an Glas) bewegliche Glasleitung mit beiden Flaschen verbunden. Er besteht (Fig. 3) aus dem zweifach parallel gebohrten Hahn *P*, den Dreieghähnen 3 und 4 und dem auf jeder Seite in drei parallelen Strängen angeordneten, im zylindrischen Wassermantel stehenden Satz von Kugeln verschiedenen, genau ausgewogenen Inhalts. Je drei Hähne gestatteten den Zufluß von Quecksilber aus den Einstellbirnen *N<sub>1</sub>* und *N<sub>2</sub>*. Die Leitung zum Manometer führt über den

1) Die Apparatur wurde zum großen Teil von Hrn. O. Trautz, der mit ihr bereits Vorversuche ausgeführt hatte, übernommen. Von ihm wurden uns auch die Ausmessungen der Flaschenoberflächen und der Kompressorvolumina dankenswerterweise überlassen.

automatischen Hahn *M*. Zwischen ihm und dem *DM* waren ebenfalls Druckschlauchgelenke nötig. Im Nebenschluß zum *DM* lagen beiderseits Glasleitungen, die Durchspülen der Verbindung *DM*-Flasche mit trockener Luft ermöglichten.

### 3. Differentialmanometer

Als Differentialmanometer diente eine Drucklibelle nach Töpler mit verstellbarer Neigung (Fig. 1), Grund- und Deckplatte waren Gußeisen, die Träger für die Drehzapfen und ebenso die Mikrometerschraube aus Stahl. So ist die thermische Ausdehnung entsprechender Teile stets gleich. Die Mikrometer schraube lief auf einer mit der Grundplatte sicher verschraubten, zweimal gehärteten, polierten Scheibe aus englischem Stahl. Sie wurde an einer einseitig aufgeschnittenen 5 cm hohen Messingzange, die zur Vermeidung toten Ganges durch Schraube mehr oder weniger zugedrückt werden konnte, geführt. Die Schraubentrommel von 5 cm Radius war in hundert Teile und diese wieder (aus äußeren Gründen) in Drittel unterteilt. Da der Abstand dieser Drittel noch rund 2 mm betrug, konnte  $\frac{1}{600}$  Trommeldrehung bequem abgelesen werden. Der Hebelarm Mikrometer schraube—Drehachse war 520 mm lang. Die Drehachse bildeten zwei in ihren Lagern fest verschraubte Stahlspitzen, die in konische Ausbohrungen der Deckplatte eingelassen waren.

Die eigentliche Libelle, ein in der Mitte schwach geknicktes, 3 mm liches Glasrohr war an beiden Enden auf eine Länge von 5 cm in auf der Deckplatte befestigte Klammern eingekittet und wurde durch einen am Knick angeschmolzenen, ebenfalls mit der Deckplatte verkittenen Glassstab gestützt. Die sichere Befestigung all dieser Teile ist, da bei Änderung der Libellen neigung an den Schenkeln Zug- und Druckkräfte auftreten, sehr wesentlich. Zu deren Minderung dienten wieder Druckschlauchgelenke, über welche die Verbindung zum *DM* führte.

Manometerflüssigkeit war, wie bei den  $C_v$ -Messungen destillierter wasserfreier Benzoesäureäthylester. Er erwies sich hier als besonders zweckmäßig, denn er gestattete die Anwendung einer nur 20 mm langen Flüssigkeitssäule, während Hr. Töpler mit Petroleum oder Xylol schon bei Fadenlängen unter 200 mm weniger gut reproduzierbare Werte erhielt. Allerdings mußten gewisse Vorsichtsmaßregeln eingehalten werden. Abgesehen von sorgfältiger Reinigung des Libellenrohres darf das *DM* nie

größere Ausschläge machen, weil sich sonst die Fadenlänge prozentual schon merklich ändert. Nach jeder Neufüllung ist empirische Eichung unerlässlich. Der Meniskus wurde durch ein auf der Deckplatte verschiebbar befestigtes Mikroskop mit Okularskala unter 146 facher Vergrößerung beobachtet. Lichtquelle war eine 30 cm entfernte 2-Voltbirne, deren Wärmestrahlung ein vorgeschalteter Wassertrog zurückhielt.

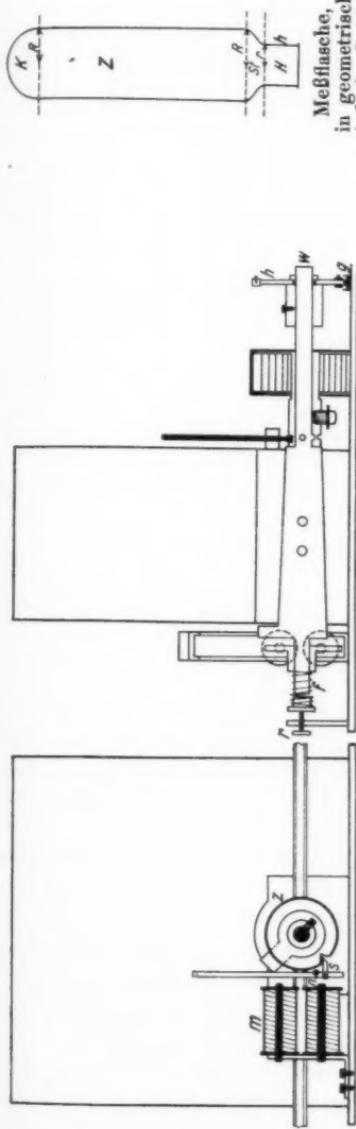
Um den Meniskus, der entsprechend der Differenz der Temperaturänderungen in beiden Flaschen stets einen gewissen Gang zeigte, bei geschlossenem Hahn *M*, wo dieser Gang sich änderte, auf die dem Temperaturgang in den Flaschen im Öffnungsmoment von *M* entsprechende Stellung bringen zu können, konnte man die Verbindungsleitungen zu *M* durch 30 cm von der Manometerflüssigkeit entfernt rechts und links angebrachte 3-Voltbirnen nach Bedarf schwach erwärmen.

#### **4. Automatischer Hahn**

Der automatische Hahn *M*, Figg. 2a und b, ist im Prinzip dem von Maneuvrier (7) beschriebenen ähnlich. Küken und Hülse waren aus Messing gedreht und möglichst gut aufeinander eingeschliffen. An der Welle *W* griff die starke Uhrfeder an, deren Spannung variiert und auf den auszuprobierenden optimalen Betrag eingestellt werden konnte. Der Kopf des Kükens trägt ein Zahnrad *z*, in das der Sperrhaken *s* greift und den Hahn in aufgezogener (geschlossener) Stellung festhält. Wird dieser Haken vom Elektromagneten angezogen, so schlägt das Küken in die Öffnungsstellung, in der es der Nocken *n* festhält. Zur Dämpfung des hierbei unvermeidlichen kräftigen Stoßes war der gesamte Hahnkörper in etwa 6 kg Blei gebettet. Durch die mit der Schraube *r* zu regulierende Spiralfeder *f* wurde das Küken ins Gehäuse gedrückt. Der um *W* drehbare Kontakthebel *h* vermittelt infolge seiner Trägheit bei plötzlicher Hahnöffnung durch den Quecksilberkontakt *q* einen zum Registrierauf apparat führenden Stromstoß (vgl. unten). *M* ist unabhängig vom *D M* und zur Dämpfung des Öffnungsstoßes durch Balken gegen den Fußboden abgestützt, auf eigenem Brett montiert.

#### **5. Registrieraufapparat**

An einem Morseschreiber war neben der üblichen Schreibscheibe unabhängig von dieser ein elektromagnetisch zu betätigender Schreibstift angebracht. Dieser (in Ruhelage gerade



Automatischer Hahn am D.M. Auslösung

Fig. 2 a

Meßflasche,  
in geometrisch  
einfache Gebiete

Fig. 4

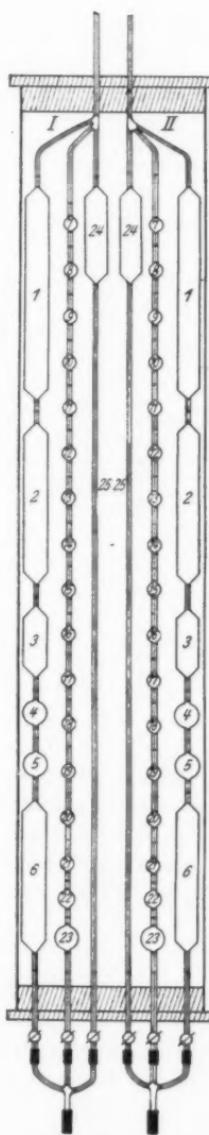


Fig. 3. Kompressor

**Anlage I**  
**Kompressorvolumina**  
**zu Fig. 3**

Vol. Nr.	I.	II.	
	cm <sup>3</sup>	Vol. Nr.	cm <sup>3</sup>
1	14,32	1	14,25
2	10,2943	2	10,1698
3	4,7664	3	4,7833
4	1,9488	4	1,9424
5	1,8808	5	2,0496
6	9,9499	6	9,9674
7	0,0492	7	0,0581
8	0,0641	8	0,0615
9	0,0619	9	0,0625
10	0,0507	10	0,0604
11	0,0662	11	0,0600
12	0,0597	12	0,0618
13	0,0539	13	0,0555
14	0,0635	14	0,0580
15	0,0544	15	0,0528
16	0,0571	16	0,1147
17	0,0539	17	
18	0,0603	18	0,1210
19	0,0528	19	
20	0,0525	20	0,0555
21	0,0525	21	0,0663
22	0,4078	22	0,4564
23	0,4149	23	0,3849
24	5,97	24	7,35
25	0,5122	25	0,6066

unter die Schreibtintenoberfläche tauchende Kupferspitze) brachte, gesteuert von dem Pendel einer genau gehenden Uhr, auf dem Papierstreifen des Telegraphen Zeitmarken in Intervallen von rund 0,5 Sek. an. So war man von dem nicht ganz gleichmäßigen Gang des Uhrwerks im Morseapparat unabhängig. Die Pendeluhr ging innerhalb von Monaten sehr genau.

#### 6. Schaltungen

Es konnten registriert werden: Öffnungs- und Schließungsmoment von *P*, Öffnungsmoment von *M*, Ablesezeit bei Sek. 10, 25, 35; außerdem mußte die Öffnung von *P* den automatischen Hahn *M* auslösen und ein Fallgewicht *G* freigeben, das 1 Sek. vor den Ablesezeiten ein Glockensignal gab. Die elektrische Schaltung der ganzen Anlage zeigt Fig. 5. Alle Schalter waren auf einem zur Vermeidung von Erschütterungsübertragungen

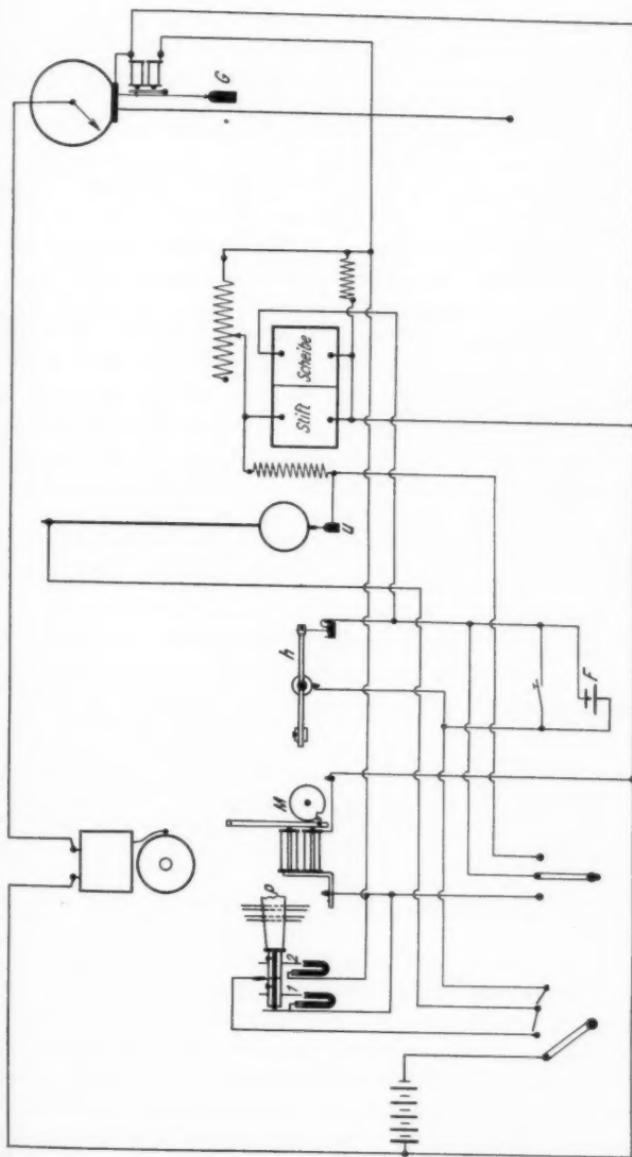


Fig. 5. Schaltskizze

unabhängig von der Gesamtapparatur aufgestellten Schalttische untergebracht und gestatteten die Durchführung der Messung ohne störende Bewegung des auf einer den Fußboden überbrückenden Bühne sitzenden Beobachters.

Stromquelle war die 10-Volt-Institutsbatterie. Die Kontaktadeln 1 und 2 sind um die auf das Küken von Hahn *P* gekittete Welle dreh- und in jeder Lage feststellbar. Nadel 1 löst beim Öffnen des geschlossenen Hahnes *P* den Hahn *M*. Nadel 2 notiert durch Stift *t* den Moment der Öffnung von *P* und löst durch das Fallgewicht *G* die Ablesesignale aus. *h* an *M* registriert die vollzogene Öffnung von *M*. Mit dem Fußschalter *F* werden die genauen Zeitmarken der Manometer- (Trommel-) Ablesungen registriert. Da beide Schreibhebel am Morseapparat verschieden träge den Stromimpulsen folgen, mußte auch ihre relative Verzögerung durch gleichzeitige Kopplung an den Pendelkontakt gemessen werden. Alle Widerstände waren so bemessen, daß alle Elektromagneten bei jeder Schaltung von derselben Stromstärke durchflossen wurden.

Die gesamte Apparatur war in der Mitte eines geräumigen Arbeitszimmers möglichst symmetrisch zu dessen Wärmequellen aufgestellt.

### C. Die Apparatkostenanten

#### 1. Flaschenvolumina

Die Flaschenvolumina wurden manometrisch so bestimmt, daß man sie mit 1 Atm.  $H_2$  gefüllt, mit der vollkommen evakuierten  $C_v$ -Flasche (ähnlichen, genau bekannten Inhalts) kommunizieren ließ. Dann war bei sorgfältigster Manometer- und Thermometerablesung der zu erwartende Fehler  $\pm 0,5$  v. T. Die Bestimmungen ergaben:

$V_1$ (begrenzt durch die Hähne 1, 3, 7, 9, 11)	86290 cm <sup>3</sup>
	86240 „
	Mittel: 86265 cm <sup>3</sup> $\pm$ 40 cm <sup>3</sup>
$V_{II}$ (begrenzt durch die Hähne 2, 4, 8, 10, 12)	82220 cm <sup>3</sup>
	82240 „
	Mittel: 82230 cm <sup>3</sup> $\pm$ 40 cm <sup>3</sup>

Dazu kommt auf jeder Seite das Rohrvolumen Hahn 1,2 bis *DM* mit 120 bzw. 160 cm<sup>3</sup> und bei Flasche *II* (Kompressionsflasche) das um 10 Proz. variable freie Volumen im Kompressor mit 35 ccm.

## 2. Kompressorvolumina

Die *Volumina* der Quecksilberbirnen im Kompressor waren mit Hg ausgewogen worden und sind in Anlage I verzeichnet.

## 3. Flaschenoberflächen

Die *innere Oberfläche* der Flaschen fand sich durch Messung des äußeren Flaschenumfangs und Bestimmung der Wanddicke von 10 zu 10 cm zu insgesamt:

$$0_1 \text{ (inkl. Bodenfläche)} = 121,78 \text{ dm}^2 \pm 1,5 \text{ Proz.,}$$
$$0_{II} \text{ " " } = 122,42 \text{ dm}^2 \pm 1,5 \text{ " ,}$$

## 4. Eichwerte des Differentialmanometers

Die *Eichwerte* des Differentialmanometers variieren mit dessen mehrfach erneuerter Füllung innerhalb gewisser Grenzen und waren vor jeder Meßreihe neu zu bestimmen. Isotherme Kompression, durch Trommeldrehung am *DM* kompensiert, ergab den einem Skalenteil der Trommel entsprechenden Druckwert. Überdruck und kompensierende Trommeldrehung waren, da die Neigungsänderung stets symmetrisch zu einer waagerechten Nulllage vorgenommen wurde, einander immer proportional. Die Reproduzierbarkeit lag noch innerhalb  $\pm 0,5$  Proz., bei Kompressionsvolumina größer als 0,5 cem, bei kleineren war sie noch besser. Ihre Grenze ist weniger durch Schrauben- oder Teilungsfehler, als durch die Inkonstanz des Manometergangs bestimmt. Die Eichungen konnten, um Zeit zu sparen, immer an der  $H_2$ -gefüllten Kompensationsflasche durchgeführt werden, nachdem geprüft worden war, daß die Umrechnung auf Flasche *I* mit  $V_i/V_{II}$  den dort direkt erhaltenen Wert genügend genau liefert.

Zur Berechnung der Korrektion, die nötig war, wenn es bei den Versuchen zuweilen nicht gelang, den Meniskus ganz auf der Nullstellung zu halten, und zur Korrektion des Manometergangs mußte die einem Ausschlag um 1 Skalenteil der Okularskala entsprechende Anzahl Trommelteile bestimmt werden. Man ließ den Meniskus (langsam) über die ganze Okularskala gleiten und las die entsprechende Trommeldrehung ab. Trotzdem bei diesen viel schneller auszuführenden Versuchen die Ungenauigkeit der Gangkorrektion höchstens 0,3 Proz. Fehler bedingt, schwankt ihre Reproduzierbarkeit in der obigen Grenze, weil eben jede Bewegung des Meniskus zu weniger genauen Ab-

lesungen führt. In der folgenden Tabelle sind als Beispiel die Eichwerte einer Bestimmungsreihe aufgeführt.

Tabelle 2  
Manometereichungen an Flasche II ( $V_{II} = 82420 \text{ cm}^3$ )

Volumenänderung cem	$10^{-7} \text{ Atm./Tr.T.}$	Mittel	$10^{-7} \text{ Atm./Skt.}$
0,1218	$p_0 \cdot 4,586$ $p_0 \cdot 4,573$ $p_0 \cdot 4,593$ $p_0 \cdot 4,589$	4,586	$p_0 \cdot 0,1250$ $p_0 \cdot 0,1265$ $p_0 \cdot 0,1265$ $p_0 \cdot 0,1270$
0,4564	$p_0 \cdot 4,578$ $p_0 \cdot 4,593$ $p_0 \cdot 4,573$ $p_0 \cdot 4,591$	4,583	$p_0 \cdot 0,1258$ $p_0 \cdot 0,1257$
1,9424	$p_0 \cdot 4,566$ $p_0 \cdot 4,584$ $p_0 \cdot 4,569$	4,573	Mittel 0,1261
4,8733	$p_0 \cdot 4,571$ $p_0 \cdot 4,563$ $p_0 \cdot 4,570$ $p_0 \cdot 4,573$	4,569	

### 5. Registrierapparat

Die Schwingungsdauer des Pendelkontaktees wurde mit der Stoppuhr gemessen und war innerhalb der Versuchsfehler (0,5 v. T.) dieser Bestimmungen stets konstant 2·0,5773 Sek. (Mittel aus 100 Halbschwingungen). Daß auch die Einzelschwingungen auf mindestens 1 Proz. konstant waren, zeigten die bei konstanter Geschwindigkeit des Registrierstreifens konstanten Abstände der Zeitmarken von rund 20 mm auf ihm. Sie änderten sich bei richtiger Einstellung der Spannfedern an den Schreibhebeln und der Tintenhöhe nur stetig mit der Abrollgeschwindigkeit des Streifens. Die zeitliche und räumliche Versetzung der beiden Schreibhebel (abhängig von ihrer Federspannung) wurde vor und nach jedem Versuch bestimmt und lag bei 0,046 Sek.

### D. Fehlerquellen und Meßgenauigkeit

#### 1. Fehlermöglichkeiten

##### a) Temperaturinhomogenität

Bei den Versuchen war darauf zu achten, daß die Temperaturdifferenz Kompressor—Flasche  $0,1^\circ$  nicht überstieg. Insbesondere mußte das Röhrenvolumen im Flaschenkopf, das für

die Eintrittstemperatur der eingeblasenen Gasmenge entscheidend ist, möglichst die Temperatur der Flasche haben. Der schwer zu überblickende Zeitverlauf des Wärmeaustauschs zwischen Flaschen- und Kompressorgas fälscht den Maximaldruck und den Druckrückgang. Bei einer Differenz von  $0,1^\circ$  ändert sich der Maximaldruck um höchstens 0,5 v. T., der Druckverlust wird also in dem ungünstigsten Fall, daß der Ausgleich der so bedingten Temperaturinhomogenitäten erst nach Öffnung von  $M$  erfolgt, um höchstens 2 v. T. falsch. Wahrscheinlich vollzieht sich jedoch der Temperaturausgleich in dem engen Kopfstück so schnell, daß er bis zur Öffnung von  $M$  schon zum größten Teil vollzogen ist.

b) Rohrverlust

Die Kompression in den Röhren (Leitung zum  $DM$ , Kompressor usw.) verläuft praktisch isotherm, fälscht also den Druckverlauf in der Abkühlungsperiode nicht.

Auch der Wärmeabfluß in dem genähert konischen Hauptstutzen (Volumen  $80 \text{ cm}^3$ ), der bis Sek. 0,06 erst 30 Proz. der Kompressionswärme erreicht hat, bedingt also, da die restlichen 70 Proz. den gemessenen Druckverlust bis Sek. 10 um höchstens 0,5 v. T. nach oben fälschen, keinen merklichen Fehler.

c) Änderung der Libellenempfindlichkeit

Die Ausschlagsempfindlichkeit des Manometers nimmt mit dem cos seiner Neigungsänderung ab. Doch macht das für unsere kleinen Drehwinkel noch nicht 1 v. T. der Empfindlichkeit in Nullstellung aus.

d) Manometergang

Der Manometergang ist hinsichtlich seiner Konstanz sehr abhängig von den Temperaturverhältnissen in beiden Flaschen. Er ist für die Messungen nur dann befriedigend klein und gleichmäßig ( $0,5$ — $0,1$  Skt. pro Min.), wenn Schwankungen der Zimmer temperatur möglichst vermieden werden.

2. Reproduzierbarkeit der Ablesungen

a) Kompensationsdruck. Das Kompensationsvolumen ( $5,446 \text{ cm}^3$  bei Luft in  $I$ ) wird in drei Teilen mit einem gesamten Maximalfehler von  $0,006 \text{ cm}^3$ , d. i.  $1,25$  v. T. seines Wertes ein-

gestellt. Das Volumen  $V_2$  ist auf 0,8 v. T. bekannt, damit ist der Maximaldruck höchstens auf 0,2 Proz. unsicher, seine Reproduzierbarkeit ist aber 1,25 v. T. da  $V_2$  bei konstanter Temperatur sich nicht ändert. Die Temperaturdifferenz im Kompressor ist auf höchstens  $0,1^{\circ}$  unsicher, was erst Bruchteile von Promillen am Kompensationsdruck ausmacht.

b) *Kompressionsdruck*. Gemessen wird der (aus isothermem und Wärmeanteil zusammengesetzte) Überdruck in I, der im Öffnungsmoment innerhalb  $2,5 \cdot 10^{-8}$  Atm. ( $= \frac{1}{2}$  Skt.) gleich dem Kompensationsdruck in II sein muß. Die absolute Höhe dieser Drucke braucht nur auf  $10 \cdot 10^{-8}$  Atm. bekannt zu sein. Alle Versuche, bei denen es nicht gelingt, die Druckgleichheit im Moment  $\tau = \delta + \varepsilon$  (vgl. u.) zu erreichen, sind als Feinmessungen unbrauchbar. Denn sie liefern nur auf 2–3 Proz. genaue Werte, deren Definiertheit wegen der Unsicherheit des Manometerausschlags kaum 5 Proz. erreichen dürfte. Der Wärmeanteil des Maximaldrucks in I folgt aus der Druckdifferenz am DM nach Abfluß der Kompressionswärme. Er ist auf  $\pm 0,5$  Proz. meßbar, und diese Grenze ist durch die Inkonstanz des Manometerganges gegeben.

c) Der Druckverlust in der Abkühlungsperiode wird an der Trommel auf etwa  $\pm 0,3$  Proz. abgelesen. Nach einiger Übung gelingt es, den Meniskus, ohne das DM zu erschüttern, bis Sek. 10 an die Nullage zurückzubringen, während zu Beginn der Abkühlungsperiode ein Ausschlagen nicht zu verhindern ist. Die Trommel ist stets so zu drehen, daß schnelle Bewegung des Meniskus nach Möglichkeit vermieden wird.

d) Die Registrierstreifen wurden mit einer in 0,5 mm geteilten Glasskala ausgemessen. Man las auf 0,2 mm 0,005 Sek. ab. Weiter zu gehen verbot die bei dieser Grenze liegende Unschärfe der Zeitmarken. Die Zeit für die Manometerablesungen wird durch Fußschalter registriert und ist bei Sek. 10 sicher auf 1 v. T. genau.

Damit ist für die Messung der Wärmeverluste bis Sek. 10 eine Reproduzierbarkeit innerhalb 1 Proz. ihres Wertes zu erwarten.

### 3. Korrekturen

a) Zur Korrektion des Wärmeverlustes während der Kompressionsperiode mußten die Zeiten: Öffnung von P, Schluß von P, Öffnung von M bekannt sein. Da aber wegen der Träg-

heit der Schreibhebel diese sehr nahe beieinanderliegenden Zeitpunkte nicht gut gemeinsam registriert werden konnten, wurde in eigenen Versuchen die zu den effektiven Kompressionsvolumen gehörige Öffnungsduer  $\delta$  von  $P$  gemessen. Sie war etwa 0,05 Sek. und mit unserer Vorrichtung also nur auf 10 Proz. genau bestimmbar. Da auch eine exaktere Zeitmessung die wahre Einströmungsduer, die auch von der Fettung des Hahnes  $P$  abhängt, wahrscheinlich doch nicht viel genauer angegeben hätte, begnügten wir uns mit diesem Mittelwert.

b) Die Wärmeverlustkorrektion macht etwa 1,8 Proz. am Druckverlust bis Sek. 10 aus. Da sie nur auf 10 Proz. bekannt ist, bringt sie ins Resultat eine Unsicherheit von 2,5 v. T. Als zeitlichen Nullpunkt der Messung nahmen wir die Zeit  $\tau = \delta + \epsilon$ . Zwischen dem Schluß der Kompression und voller  $M$ -Öffnung vergeht die Zeit  $\epsilon$ , die nie größer sein darf als 0,01 Sek. Sie kann mit unserer Anordnung auf 50 Proz. kontrolliert werden. Die Korrektion wird wie oben berechnet; sie erhöht den gemessenen Wärmeverlust um 1 v. H. seines Wertes und bringt eine Unsicherheit von höchstens 0,5 v. T.

## E. Gang einer Messung

### 1. Vorbereitung

Der Temperaturgang ist am Manometer genau zu kontrollieren. Die Temperatur der Flaschen darf nicht mehr als  $0,5^{\circ}$  von der des Arbeitsraumes sich unterscheiden. Die Schichtung in den Flaschen soll kleiner als  $0,15^{\circ}$  sein, Temperatur im Kompressor und Flaschenkopf nicht mehr als  $0,1^{\circ}$  differieren.  $M$  ist auf Funktionieren zu prüfen. Der Druck in beiden Flaschen ist durch Ablassen des jeweiligen Überdruckes durch eine Kapillare so zu regulieren, daß das  $DM$  nahe bei der Nullstellung liegt. Der Registrierapparat wird aufgezogen und eingestellt, ebenso die Signaluhr.

### 2. Vorperiode

Dann wird der Manometergang, nachdem vorher der Druck zwischen Kompressor und Flaschen ausgeglichen war, während 10 Min. bei geschlossenem Hahn  $P$  beobachtet. Öffnet man dann  $P$ , so darf das  $DM$  keinen Ausschlag zeigen. Nun wird Hahn  $M$  aufgezogen (geschlossen) und im Kompressor bei offenem  $P$  Flasche  $II$  isotherm komprimiert (die Größe des

Kompensationsvolumens ward in Vorversuchen bestimmt). Während die Kompressionswärme in *II* abfließt (bei  $H_2$ -Füllung 3 Min.), wird bei geschlossenem Hahn 3 in Kompressor *I* das Kompressionsvolumen eingestellt. Gleichzeitig berechnet man aus dem Manometergang den Sollort des Meniskus beim Versuchsbeginn und führt ihn durch passende Heizregulierung dorthin. Die Nullstellung des *DM* an der Trommel wird abgelesen und notiert.

Jetzt wird auch die Nullstellung des *DM* abgelesen und notiert. Nach Ablauf von 3 Min. wird *P* geschlossen, Hahn 3 gegen *P* geöffnet, Strom auf das Registriernetz gelegt, Registrierapparat und Diktiermaschine eingeschaltet. Spätestens 5 Min. nach Beginn der Vorkompression folgt

### **3. die "Hauptperiode"**

Die rechte Hand dreht Hahn *P* schnell und gleichmäßig um  $90^\circ$  über seine Öffnung hinweg, die linke führt die Schraubentrommel gerade mit der Geschwindigkeit, die den Meniskus an seiner Nullage hält oder ihn dorthin zurückführt, während das Auge ständig am Mikroskop bleibt. Der Meniskus darf im Öffnungsmoment von *P* nur wenig zucken ( $\frac{1}{2}$  bis 1 Skt.), andernfalls ist der Versuch unbrauchbar. Rund 9 Sek. nach der Kompression gibt die Glocke das Zeichen zur ersten Ablesung: man läßt die Trommel los und registriert diesen Zeitpunkt mit dem Fußtaster. Die Lage des Meniskus wird notiert und sofort die Trommel abgelesen. Inzwischen ist meist der Meniskus aus dem Gesichtsfeld gewandert und muß bis zur zweiten Ablesung (Sek. 23) an die Nullage zurückgebracht werden. Die Ablesung wiederholt sich noch bei Sek. 33.

### **4. Nachperiode**

In der Nachperiode wird noch die Druckdifferenz *I-II* nach Abfluß der Kompressionswärme in *I*, und der Manometergang in der Nachperiode 10 Min. nach Beginn der Kompression bestimmt; durch Umschalten kontrolliert man noch die zeitliche Versetzung der Schreibhebel. Hat sich der Manometergang nicht wesentlich geändert, so ist der Apparat sofort zu einem nächsten Versuch in umgekehrter Richtung brauchbar.

Besondere Sorgfalt ist auf die Fettung der beiden Hähne *P* und *M* zu verwenden. *M* ist so zu spannen, daß er seine  $45^\circ$ .

Drehung in 0,1 Sek. macht. Dabei zerreißt dann oft die Schmierschicht und der Hahn wird undicht.

Die Messungen mußten, um sie von den störenden Erschütterungen des Tagesverkehrs im Institut und seiner Umgebung freizuhalten, nachts vorgenommen werden.

### F. Versuchsergebnisse

#### 1. Relative Wärmeverluste

Die Tabelle verzeichnet die am Druckrückgang gemessenen relativen Wärmeverluste. Nullpunkt der Zeitmessung ist der Öffnungsmoment von Hahn  $M$ .

Tabelle 3

Druck in mm Hg	Temp. Grad abs.	Zeit $\tau$ in Sek.	Relativ. W.-Verl.	Druck in mm Hg	Temp. Grad abs.	Zeit $\tau$ in Sek.	Relativ. W.-Verl.
<b>1. Luft, <math>\text{CO}_2</math>-frei; trocken</b>							
758,0	293,4	10,60	0,256	770,4	296,2	10,40	0,174
757,6	293,1	11,18	0,259	765,0	294,5	11,20	0,177
756,0	292,7	9,90	0,248	756,0	290,8	11,15	0,178
754,8	295,6	11,60	0,267				
758,0	293,8	11,97	0,273	770,4	296,2	23,74	0,252
756,6	290,3	10,45	0,249	756,0	290,8	23,10	0,244
758,0	293,4	23,52	0,372	770,4	296,2	35,14	0,296
757,6	293,1	23,84	0,376	765,0	294,5	35,21	0,294
758,0	292,7	22,57	0,370	756,0	290,8	35,57	0,310
754,8	295,6	23,64	0,377				
<b>2. <math>\text{CO}_2</math>; trocken</b>							
758,0	293,4	35,80	0,453	760,2	296,2	10,40	0,174
757,6	293,1	36,23	0,452	752,2	292,5	10,24	0,269
756,0	292,7	35,67	0,445	758,7	291,35	11,79	0,256
				760,2	293,2	22,86	0,371
				758,7	292,5	23,18	0,375
				760,2	293,2	38,67	0,473
				752,2	292,5	38,18	0,465
<b>3. Methan-, „R“</b>							

#### 2. Korrekturen

Die gefundenen Verlustzahlen sind, da sich das Temperaturgefälle zur Gefäßwand bereits vom Beginn der Kompression an ausbildet, auf die Zeit des Versuchsbeginns (Öffnung von  $P$ ) zu korrigieren. Der Wärmeverlust bis zum Meßmoment (Öffnung

von  $M$ ) wird geteilt in den Verlust während der Kompression ( $\tau = \delta$ ) und den von Beendigung der Kompression bis zur Öffnung von  $M$  eingetretenen ( $\tau = \varepsilon$ ).

a) Wärmeverlust während der Kompression ( $\tau = \delta$ ).

Wäre die Kompression momentan vollzogen, so wäre der Verlust während der Zeit  $\delta$ :

$$q_{(\delta)} = f_{(\delta)}[Q + q_{(\delta)}]; \quad q_{(\delta)} = f_{(\delta)} \frac{Q}{1 - f_{(\delta)}}$$

wenn  $Q$  den Wärmeabfluß von der Zeit  $\tau = \delta$  bis  $\tau = \infty$ ,  $f_{(\delta)}$  den relativen Verlust des Zylinders von  $\tau = 0$  bis  $\tau = \delta$  bedeuten. Der zur Zeit  $\tau' = \tau + \delta$  eingetretene korrigierte Relativverlust wird dann:

$$q_{(\tau + \delta)} = \frac{q + q_{(\delta)}}{Q + q_{(\delta)}} = \frac{\frac{q + f_{(\delta)}}{1 - f_{(\delta)}}}{\frac{Q}{1 - f_{(\delta)}}} = q/Q + f_{(\delta)} \left(1 - \frac{q}{Q} f_{(\delta)}\right)$$

( $q$  = Wärmeverlust von  $\delta$  bis  $\tau + \delta$ ;  $q/Q$  also = gemessener Relativverlust in Tab. 3).

Dieser Berechnung liegt die Voraussetzung im Moment  $\tau = 0$  (Öffnung von  $P$ ) voll entwickelter Kompression zugrunde. Wir nehmen an, daß sie in ihrem Hauptteil der Zeit etwa proportional verlaufe, setzen entsprechend den Wärmeabfluß der jeweiligen Übertemperatur verhältnisgleich und stellen damit in für diese Korrektion genügender Näherung  $1/2f_{(\delta)}$  in Rechnung. Die Ablesungen bei  $\tau = 10, 20, 30$  Sek. beziehen wir auf den mittleren Öffnungsmoment  $\tau = \delta/2$ , da für kleine  $\delta$  (bei uns 0,05 Sek., vgl. S. 1003) genügend nahe  $f_{(\delta/2)} = 1/2f_{(\delta)}$ , so daß sich ergibt

$$q_{(\tau + \delta/2)} = q/Q + \frac{f_{(\delta)}}{2} \left(1 - \frac{q}{Q} \frac{f_{(\delta)}}{2}\right).$$

b) Der Verlust während des Zeitabschnittes  $\varepsilon$  von beendigter Kompression bis zur Öffnung von  $M$  (Nullmoment) berechnet sich wie oben hinreichend genau, indem man setzt:

$$q_{(\tau + \varepsilon)} = \frac{q + q_{(\varepsilon)}}{Q + q_{(\varepsilon)}} = q/Q + f_{(\varepsilon)} \left(1 - \frac{q}{Q} f_{(\varepsilon)}\right).$$

Damit ergeben sich die nachstehenden Korrekturen und die tatsächlichen Wärmeverluste der Meßflasche.

Tabelle 4

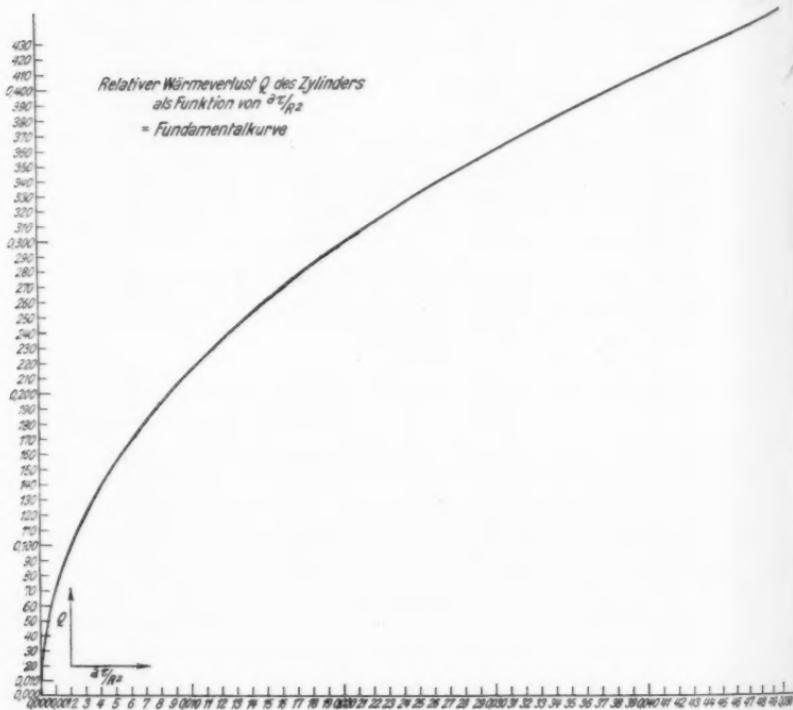
Korrigierte Zeit $t'' = t + \delta/2 + \varepsilon$	Korrektion am Relativverlust nach 2a)	nach 2b)	Korrigierter Relativverlust
1. Luft			
10,63	0,004	0,001	0,261
11,21	0,004	0,002	0,265
9,93	0,004	0,001	0,253
11,63	0,004	0,002	0,273
12,00	0,004	0,001	0,277
10,48	0,004	0,001	0,254
23,55	0,003	0,001	0,376
23,87	0,003	0,002	0,381
22,60	0,003	0,001	0,374
23,65	0,003	0,000	0,380
35,83	0,004	0,000	0,457
36,26	0,004	0,001	0,457
35,70	0,004	0,000	0,449
2. CO <sub>2</sub>			
10,46	0,0015	0,0005	0,176
10,26	0,002	0,001	0,180
11,18	0,0015	0,0005	0,180
23,77	0,0015	0,0005	0,254
23,13	0,002	0,0000	0,246
35,16	0,002	0,0000	0,298
35,24	0,002	0,0000	0,296
35,60	0,002	0,0005	0,312
3. Methan-, R <sup>“</sup>			
12,60	0,004	0,001	0,267
13,27	0,004	0,001	0,274
11,81	0,004	0,001	0,261
22,89	0,004	0,001	0,376
23,21	0,004	0,001	0,380
38,70	0,004	0,001	0,478
38,20	0,004	0,001	0,470

#### G. Ableitung der Temperaturleitfähigkeit aus den Wärmeverlustmessungen

##### 1. Der Wärmeverlust des Zylinders (Fundamentalkurve)

Die gefundenen Verlustzahlen gelten für unsere Meßflasche. Könnte man deren Abkühlungsgeschwindigkeit als Funktion des Temperaturleitvermögens und der Zeit explizit angeben, so wäre damit auch die inverse Funktion bekannt. Da diese Be-

rechnung aber schon für unsere Flaschenform mathematisch kompliziert und in der Ausführung zu zeitraubend wird, behelfen wir uns, indem wir unsere Messungen auf den unendlich langen Kreiszylinder, dessen Abkühlung als Funktion der Tem-



Wärmeverlust des Zylinders als Funktion von  $a \cdot r / R^2$

Fig. 6

peraturleitfähigkeit, der Abkühlungsdauer und des Radius leicht ermittelt wird, reduziert.

Aus der die Abkühlungsfunktion des Kreiszylinders ohne Wärmequellen bestimmenden Differentialgleichung (in Zylinderkoordinaten)

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = a \cdot \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} \right)$$

erhält man bei von Höhe und Azimut unabhängigem Wärmeabfluß und den Grenzbedingungen

$$\left( \frac{\partial \theta}{\partial r} \right)_{r=R} = -h \cdot \theta_{r=R}; \quad \theta_{r=0} = \theta_a$$

in bekannter Weise [vgl. z. B. (9)] den relativen Wärmeverlust

$$Q = 4 \cdot \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{1}{\mu_k^2} \frac{J_1(\mu_k)}{J_0(\mu_k) + J_1(\mu_k)} \cdot (1 - e^{-\mu_k^2 a \tau / R^2})$$

worin  $J_0$ ,  $J_1$  die Besselfunktionen erster Art, nullter bzw. erster Ordnung,  $\mu_1 \dots \mu_k$  die  $k$  Nullstellen der Gleichung

$$\mu J_1(\mu) = + (h \cdot R) J_0(\mu)$$

bedeuten. Für unsere Annahme konstanter Wandtemperatur

$$\left( \frac{\partial \theta}{\partial r} \right)_{r=R} = \infty$$

vereinfacht sie sich, weil dann

$$\frac{J_0(\mu_k)}{J_1(\mu_k)} = 0$$

sein muß, die  $\mu_k$  also in die  $k$  Nullstellen der Besselfunktion erster Art nullter Ordnung übergehen, zu

$$Q = 4 \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{1}{\mu_k^2} \left( 1 - e^{-\mu_k^2 \frac{a \tau}{R^2}} \right)$$

Hieraus folgt für  $\tau = \infty$ :  $\sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{1}{\mu_k^2} = 0,25$ . Man braucht also hiervon nur die bei unseren kleinen Zeiten schnell konvergi-

Tabelle 5  
Fundamentalkurve

$a \tau / R^2$	Relativverlust	$a \tau / R^2$	Relativverlust
0,0005	0,0495	0,010	0,2150
0,001	0,0700	0,015	0,2605
0,002	0,0984	0,020	0,2981
0,003	0,1200	0,025	0,3305
0,004	0,1386	0,030	0,3592
0,005	0,1540	0,035	0,3855
0,006	0,1683	0,040	0,4091
0,007	0,1812	0,045	0,4311
0,008	0,1932	0,050	0,4516
0,009	0,2044		

rende  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\mu_k^2} e^{-\mu_k^2 \frac{a\tau}{R^2}}$  abzuziehen und erhält dann die gesuchten Verluste, die in Tab. 5 und Fig. 6 gegen das Argument  $\frac{a\tau}{R^2}$  eingetragen sind. Fortsetzung zu  $\frac{a\tau}{R^2} > 0,05$ , vgl. Gröber(9).

Mit Hilfe dieser Tabelle und ihrer graphischen Darstellung kann man bequem vom Wärmeverlust auf das Temperaturleitvermögen zurückgehen.

## 2. Reduktion auf Wärmeverlust des Zylinders

Zur Umrechnung der Wärmeverluste unserer Meßflasche ( $\tau \sim 10$  Sek.) auf die eines unendlich langen Kreiszylinders verfuhr man so:

Die Meßflasche wird in zwei Gebiete eingeteilt (Fig. 4):

- der zylindrische Hals von bekanntem Radius  $r$  und Volumen  $v_H$ , dessen Abkühlungsfunktion durch die FK. gegeben ist;
- das Hauptvolumen (= Gesamtvolumen - Halsvolumen).

Seine Abkühlungsgeschwindigkeit entspricht bei Gasen mit  $a \leqq 0,3 \text{ cm}^2/\text{Sek.}$  etwa bis  $\tau \sim 10$  genähert der eines unendlich langen Kreiszylinders  $Z'$ , dessen Verhältnis  $\frac{\text{Mantelfläche}}{\text{Volumen}}$  gleich dem unseres Hauptvolumens ist. Der Radius  $R'$  dieses Zylinders ist also bestimmt durch die Bedingung

$$\frac{O'}{V'} = \frac{2R' h \cdot \pi}{R'^2 h \cdot \pi} = \frac{\text{Ges. Oberfl. d. Meßfl.} - \text{Halsoberfl.}}{\text{Gesamtvol.} - \text{Halsvolumen}}$$

$$R' = 2 \cdot \frac{\text{Gesamtvolumen} - \text{Halsvolumen}}{\text{Gesamtoberfl.} - \text{Halsoberfl.}} = 14,55 \text{ cm.}$$

Subtraktion des anteiligen Halsverlustes vom gemessenen Wärmeverlust der Meßflasche  $W_M$  gibt den gesuchten Verlust des Zylinders  $Z'$  bezogen auf die Gesamtwärme der Meßflasche. Den Halsverlust ( $w_H$ ) ermittelt man in erster Näherung (zu hoch), indem man aus der FK. das zu  $W_M$  gehörende Argument  $\frac{a\tau''}{R'^2}$  abliest, mit  $\frac{R'^2}{r^2}$  auf  $\frac{a\tau''}{r^2}$  umrechnet und wieder über die FK. auf  $w_H$  zurückgeht.

$$\left( W_M - w_H \frac{\text{Halsvolumen}}{\text{Gesamtvolumen}} \right) \cdot \frac{\text{Gesamtvolumen}}{\text{Ges. Vol.} - \text{Halsvol.}} = (W_{Z'})_1$$

ist dann ein genäherter Wert für den auf den Zylinder  $Z'$  reduzierten Wärmeverlust. Wiederholung des geschilderten Ver-

fahrens mit ihm liefert  $(W_{Z'})_2$  und entsprechend  $(W_{Z'})_3$ , dessen Fehler schon eine Größenordnung unter den Meßfehlern liegt.

Die so auf den Zylinder  $Z'$  mit  $R' = 14,55$  reduzierten Wärmeverluste enthält die

Tabelle 6

Zeit $\tau''$	Reduzierter Relativ-verlust $(W_{Z'})_3$	Zeit $\tau''$	Reduzierter Relativ-verlust $(W_{Z'})_3$
<b>1. Luft</b>		<b>2. <math>\text{CO}_2</math></b>	
10,63	0,255	10,46	0,1718
11,21	0,258	11,23	0,1757
9,93	0,247	11,18	0,1762
11,63	0,266	<b>3. Methan-, R"</b>	
12,00	0,270	12,60	0,2604
10,48	0,248	13,27	0,2679
		11,81	0,2552

### 3. Definiertheit der Reduktion

Ein Urteil über die Zulässigkeit unseres Reduktionsverfahrens gibt der Vergleich des nach G. 2 berechneten Wärmeverlustes ( $\tau \sim 10$ ) mit dem bei detaillierterer Berücksichtigung der Flaschenform erhältlichen:

a) Nach G. 2 ist der Gesamtverlust der Meßflasche gleich der Summe der anteiligen Verluste im Hauptvolumen und im Halsvolumen. Mit  $a = 0,282$  (Tab. 7) erhält man für Luft:

$$\text{Halsverlust: } r = 9,29 \text{ cm}, \quad v_H = 4070 \text{ cm}^3$$

$$\frac{a \tau}{r^2} = 0,02436; \quad w_H = 0,326; \quad \text{d. i. . . . .} \quad 0,015 \text{ d. Ges.-W.}$$

$$\text{Hauptverlust: } R' = 14,55 \text{ cm}, \quad V_{Z'} = 82000 \text{ cm}^3$$

$$\frac{a \tau}{R'^2} = 0,01205; \quad W_{Z'} = 0,245; \quad \text{d. i. . . . .} \quad 0,234 \quad ,$$

$$\text{Also Gesamtverlust für } \tau = 10 = \dots \quad 0,249 \quad ,$$

b) Wir teilen die Meßflasche in fünf geometrisch einfache Gebiete (Fig. 4), deren Einzelverluste sich anteilig zum Gesamtverlust summieren.

$\alpha)$  Halsvolumen  $H$ : Wärmeverlust wie unt. a) 0,015 d. Ges.-W.

$\beta)$  Kegelstumpfvolumen  $St$ : mittl. Rad.  $\varrho =$

12,56 cm, Volumen = 4572 cm<sup>3</sup>; Rel. Verl.

berechnet als Zylinder verlust = 0,282, d. i. 0,015 ,

$\gamma)$  Zylindervolumen  $Z$ : Mittl. Rad.  $R = 15,78$  em.  $V_Z = 69\,392$  cm<sup>3</sup>; Rel. W.-V. = 0,2268, d. i. . . . . 0,183 d. Ges.-W.

$\delta)$  Halbkugelvolumen  $K$ :  $R = 15,30$  em;  $V_K = 8053$  cm<sup>3</sup>; Rel. W.-V. (n. Gröber S. 56) = 0,360, d. i. . . . . 0,093 , ,

$\epsilon)$  Bodenfläche  $B$ :  $r = 9,29$  em. Der Wärmeabfluß durch sie wird genähert unter Annahme einseitig unendlicher Ausdehnung des sich abkühlenden Gaskörpers nach Gröber S. 70 berechnet. Er ist dann relativ zur Gesamtwärme der Meßflasche

$$w_B = \frac{2r}{V_1} \sqrt{a \tau \pi} . . . . . \underline{0,006} , ,$$

Gesamtverlust der Meßflasche  $\sum_a^t = . . . 0,252$  , ,

Die Ergebnisse nach a) und b) differieren nur um etwas über 1 Proz. Immerhin wird man die Definiertheit dieser Berechnungsverfahren, da sie die durch die verschiedene Abkühlungsgeschwindigkeit der einzelnen Gebiete bedingten Abweichungen des tatsächlichen  $T, \tau, R$ -Diagramms von unserer Voraussetzung gegenseitig unabhängiger Abkühlung nur roh berücksichtigen, kaum auf weniger als 2 Proz. einschätzen dürfen.

Tabelle 7

$\tau''$	$a \tau''/R'^2$	$a_{20}$ cm <sup>2</sup> /sec	Mittel
1. Luft			
10,63	0,01436	0,285	
11,21	0,01480	0,279	
9,93	0,01345	0,285	
11,63	0,01573	0,282	0,282
12,00	0,01625	0,2855	
10,48	0,01358	0,276	
2. CO <sub>2</sub>			
10,46	0,00630	0,128	
11,23	0,00659	0,125	0,126
11,18	0,00662	0,126	
3. Methan „R“			
12,60	0,01505	0,253	
13,27	0,01604	0,254	0,255
11,81	0,01440	0,259	

#### 4. Die Temperaturleitzahl für 20°

Von den Verlustzahlen der Tab. 6 geht man auf das entsprechende Argument  $\frac{a \cdot t''}{R'}$  der FK. zurück, aus dem durch Multiplikation mit  $\frac{R' \cdot p \cdot 293}{t'' \cdot T \cdot 760}$  die Temperaturleitfähigkeit bei 20° C folgt. Bei dieser Umrechnung ist allerdings nur der Temperaturkoeffizient der Dichte, nicht der rund 6 mal kleinere der Wärmeleitfähigkeit, der sich übrigens noch etwa zur Hälfte gegen denjenigen der spezifischen Wärme weghebt, berücksichtigt worden. Der hierdurch begangene Fehler wird bei der Mittelbildung weitgehend ausgeglichen.

#### 5. Wärmeleitungskoeffizienten

Aus unseren Temperaturleitzahlen folgen durch Multiplikation mit  $c \cdot \gamma$  die Wärmeleitungskoeffizienten, die in der nächsten Tabelle mit den auf den Euckenschen Luftwert  $\lambda_0 = 0,566 \cdot 10^{-3}$  bezogenen, auf 20° umgerechneten Daten der Literatur (vgl. Landolt-Börnstein) verglichen sind.

Tabelle 8

Gas	$a_{\text{gef.}}$	Umrechnungsfaktor $c \cdot \gamma_0 \cdot T_0 / T$	$\lambda_{\text{gef.}}$	$\lambda \text{ 20}^\circ$ nach Eucken
Luft . . . . .	0,282	$0,174 \cdot 1,293 \cdot \frac{273}{293}$	0,584	0,600
CO <sub>2</sub> . . . . .	0,126	$0,155 \cdot 1,977 \cdot \frac{273}{293}$	0,361	0,365
Methan-R . . . .	0,255	$0,555 \cdot 0,673 \cdot \frac{273}{293}$	0,888	—
CH <sub>4</sub> . . . . .	0,311	$0,405 \cdot 0,717 \cdot \frac{273}{293}$	0,840	0,773

Die Werte für CH<sub>4</sub> wurden aus denen für Methan-R, die wegen dessen H<sub>2</sub>-Gehalt (1,38 Proz.) höher liegen, unter additiver Mittelung nach

$$\lambda_{\text{CH}_4} = \frac{\lambda_R - (1-x)\lambda_{\text{H}_2}}{x}$$

berechnet.  $\lambda_{\text{CH}_4}$  bleibt auch dann noch fast 10 Proz. größer als Hrn. Euckens Wert, was auf gegen die  $x$ -Achse konvexe Krümmung der CH<sub>4</sub>-H<sub>2</sub>-Kurve schließen lässt.

Daß die Wärmeleitzahlen für Luft und  $\text{CO}_2$  bis zu 3 Proz. von denen Hrn. Euckens abweichen, nimmt nach dem unter 3. über die Definiertheit unseres Berechnungsverfahrens Gesagten nicht wunder.

#### 6. Absolute Definiertheit der Ergebnisse

Die absolute Definiertheit unserer Werte wird weiter noch durch die folgenden Umstände beeinträchtigt:

a) Der Radius  $R'$ , dessen Quadrat in die Auswertung der Wärmeverluste eingeht, ist nach G, 2 bestimmt durch das Verhältnis  $V'/O'$ . Wenn auch  $V$  und damit auch  $V'$  auf 0,4 v. T. bekannt sind, so bleiben doch  $O$  und  $O'$  auch bei sorgfältigster Ausmessung der Flaschenoberfläche auf  $\pm 1,5$  Proz. unsicher. Ein Fehler an  $R'$  geht mit seinem doppelten Betrag in  $R'^2$  und damit auch in  $a$  und  $\lambda$  ein, denen also schon aus diesem Grunde eine Undefiniertheit von  $\pm 3$  Proz. anhaftet.

b) Ferner ist unsere Voraussetzung konstanter Wandtemperatur nicht streng erfüllt. An der Wand wird sich zunächst wie beim Temperaturausgleich  $\propto$  ausgedehnter Körper eine durch das Verhältnis der Wärmeeinströmungsvermögen  $b$  beider begrenzenden Medien Gas : Glas bestimmte Mitteltemperatur

$$T_m = (T_{\text{Max}_{\text{Gas}}} - T_m) \frac{b_{\text{Gas}}}{b_{\text{Glas}}}$$

einstellen, die bei begrenzter Schichtdicke im Verlauf des weiteren Wärmeabflusses langsam ansteigt. Da sich  $T_m$  im Meßmoment bereits eingestellt hat, könnte auf die Messung des Druckverlustes bei  $\tau = 10$  Sek. nur die Temperaturänderung der Wandoberfläche Einfluß haben. Nimmt man überschlagsweise an, daß die bis Sek. 10 abgeflossenen rund 25 Proz. der Kompressionswärme 0,05 cm tief in die Flaschenwand eingedrungen und bis zu dieser Tiefe homogen verteilt seien, so ergäbe sich eine Temperaturänderung der Wand um rund 0,5 Proz. des anfänglichen Temperatursprunges Gas-Wand. In etwa demselben Maße würde dann der Wärmeverlust zu klein gefunden werden.

7. Inwieweit sich dieser Wandeinfluß, der noch durch Übergangswiderstände verstärkt sein könnte, durch etwaige Turbulenz bei der Kompression und durch Strahlung (die aller-

dings beide sicher in weit geringerem Maße beteiligt sind) und insbesondere durch die Undefiniertheiten des Berechnungsverfahrens kompensiert, kann mit den vorliegenden Beobachtungen nicht entschieden werden. Hierüber könnten wohl Abkühlungsmessungen an kugelförmigen Gefäßen, bei denen wegen der schärferen Definiertheit des Temperaturfeldes auch noch Druckverluste bei Sek. 20 und 30 ausgewertet werden könnten, Aufschluß geben.

### Zusammenfassung

1. Eine Methode zur manometrischen Messung der Abkühlungsgeschwindigkeiten von Gasen (zweite Periode des Clément-Desormesversuches) wird experimentell ausgearbeitet. Damit werden

2. die Wärmeverluste von Luft,  $\text{CO}_2$ , Methan-R in, den  $C_v$ -Flaschen ähnlichen, Gefäßen gemessen. Die Diskussion der Fehler zeigt, daß die Wärmeverluste auf  $\pm 0,5$  Proz. reproduzierbar und definiert erhalten werden.

3. Mit einem genäherten Berechnungsverfahren werden aus den relativen Wärmeverlusten der Meßflasche Temperaturleitvermögen und Wärmeleitzahlen der drei Meßgase abgeleitet. Die Meßfehler gehen in diese Werte mit ihrem doppelten Betrage ein, die Definiertheit der gewonnenen Temperatur- und Wärmeleitzahlen liegt bei 5 Proz.

4. Die Wärmeverlustfunktion des unendlich langen Kreiszylinders wird für Argumente  $\frac{a r}{R^2} \leq 0,05$  berechnet.

### Anhang

#### Die Nullstellen der Besselfunktion $J_0(\mu_k)$

Die Nullstellen bis  $k = 150$  sind bei H. T. Davis und W. J. Kirkham (Bull. Am. Math. Soc. 33, S. 6. 1927) angegeben. Da ihre Abstände für  $k \rightarrow \infty$  gegen  $\pi$  konvergieren, gilt für  $k \geq 150$  weitgehend

$$\mu_{k+1} = \mu_k + \pi.$$

Der hierdurch begangene Fehler macht erst bei 50 Gliedern eine Einheit der letzten Dezimale aus. Deshalb wurden nur die Werte für  $k = 200, 250, 300, 350$  nach der von Meissel (Mathemat. Abhandlungen d. Berliner Akad. d. Wiss. 1888) angegebenen Näherungsformel

$$\mu_k = \pi(k - \tfrac{1}{4}) + h_1 \delta - h_2 \delta^3 + h_3 \delta^5 - \dots,$$

worin

$$\delta = \frac{1}{k - \frac{1}{4}} \text{ und } \log h_1 = 0,859976 - 2,$$

genauer berechnet. Sie sind hierunter angegeben:

$k$	$\mu_k$
200	627,53326
250	784,61292
300	941,69252
350	1098,77202

Wir danken vorab der Deutschen Forschungsgemeinschaft, die diese Arbeit ermöglichte, sowie der Gesellschaft der Freunde der Universität Heidelberg, der Firma Grünzweig und Hartmann und der I. G. Farbenindustrie A.-G in Ludwigshafen a. Rh., die uns dabei mit Hilfsmitteln unterstützt haben.

#### Literatur

- 1) M. Trautz, Ann. d. Phys. **83**. S. 457. 1927.
- 2) M. Trautz u. O. Trautz, Ann. d. Phys. **86**. S. 43. 1928.
- 3) A. Witz, Ann. de chim. et de phys. **5**. S. 15. 1878.
- 4) W. Nusselt, Forschungsarb. a. d. Gebiet d. Ingenieurwesens, Heft **264**; V. D. I. Berlin 1923.
- 5) W. Kohlrausch, Ann. d. Phys. **136**. S. 622. 1869; **138**. S. 618. 1869.
- 6) W. C. Röntgen, Ann. d. Phys. **141**. 1870; **148**. 1873.
- 7) G. Maneuvrier, Compt. rend. **120**. S. 1401. 1870; **123**. S. 228. 1873.
- 8) W. E. Byerly, An elementary treatise on Fourier's series. Ginn & Comp. 1893.
- 9) H. Gröber, Grundgesetze der Wärmeleitung und des Wärmeübergangs; Berlin 1921.
- 10) Jahnke u. Emde, Funktionentafeln mit Formeln und Kurven. Math.-Physik. Schr. f. Ingen. u. Stud. **4**. Teubner 1907.

(Eingegangen 22. Februar 1930)

*Beiträge zur Raumakustik<sup>1)</sup>**Von Wolfgang Linck*

(Mit 54 Figuren)

In der vorliegenden Arbeit werden die Untersuchungen der akustischen Eigenschaften von einigen Räumen beschrieben. Die Veranlassung dazu war der Gedanke, daß es nur möglich ist, die zu erwartende Hörsamkeit von projektierten Räumen vorauszusagen, wenn man sich durch akustische Vermessung vorhandener Säle genügend Erfahrung auf diesem Gebiet gesammelt hat.

Die Räume, die zur Untersuchung kamen und die zum Teil typische Fälle darstellen, sind:

- I. Der Ehrensaal des Deutschen Museums.
- II. Der große Oberlichthörsaal im Nordbau der Technischen Hochschule München.
- III. Der kleine Oberlichthörsaal im Nordbau der Technischen Hochschule München in verschiedenen Bauzuständen.
- IV. Das Wasserschloß des Walchensee-Kraftwerkes.

Die Untersuchungen wurden mit den von W. Schindelin und E. Scharstein<sup>2)</sup> benutzten Apparaten und Methoden ausgeführt. Als Schallquelle diente bei der „Stoßprüfung“ eine Flobertpistole, bei der „Tonprüfung“ ein Lautsprecher, der von einem Röhrengenerator über einen rotierenden Kontakt periodisch erregt wurde. Die mit langsamer Gruppengeschwindigkeit, ungefähr zwei je Sekunde, gesandten Tongruppen hatten eine jeweils konstante Tonhöhe aus dem Be-

1) Gekürzte Doktordissertation der Techn. Hochschule München, eingereicht am 8. Oktober 1929. — Die Aufnahmen wurden gemeinsam mit Walter Kuntze ausgeführt.

2) W. Schindelin, Ann. d. Phys. [5] 2. S. 129 ff. 1929.

reich der Sprechfrequenzen.<sup>1)</sup> Das Verhältnis zwischen Schallzeiten und Schallpausen war so gewählt, daß der Einfluß jeder einzelnen Gruppe im allgemeinen ersichtlich blieb.

Als Schallempfänger wurde ein Reißmikrophon benutzt in Verbindung mit einem dreistufigen Widerstandsverstärker, dessen Spannung einem Siemens'schen Schleifenoszillographen zugeführt wurde.

In den Diagrammen bedeutet der oberste Linienzug die Zeitmarke eines Stimmgabelunterbrechers von 50 Perioden in der Sekunde. Der mittlere Kurvenzug zeigt bei Schußaufnahmen den Augenblick des Knalles, soweit nicht Pistole und Mikrophon am gleichen Platz aufgestellt waren; bei der Tonprüfung stellt er den oszillographierten Lautsprecherstrom dar und gibt die Dauer der Schallzeiten an. Zu unterst wurde die Schalldruckkurve, das sogenannte Knall- bzw. Klangbild aufgezeichnet. Die Nulllinie ist in den Oszillogrammen nicht eingetragen, doch kann darüber nach der Art derselben kein Zweifel herrschen. Die Zeitachse verläuft von links nach rechts.

### I. Der Ehrensaal des Deutschen Museums

#### 1. Ursprünglicher Zustand

Der Ehrensaal des Deutschen Museums dient bei festlichen Anlässen als Versammlungs- und Vortragssaum. In solchen Fällen machen sich seine akustischen Eigenschaften sehr unangenehm bemerkbar, so daß die Museumsleitung um Ermittlung der Ursachen für die schlechte Hörsamkeit bat. Das weitere Ziel der Untersuchung war, ein einfaches Mittel anzugeben, wodurch die Sprechverständigung wesentlich verbessert, an gewissen Stellen erst ermöglicht werden soll.

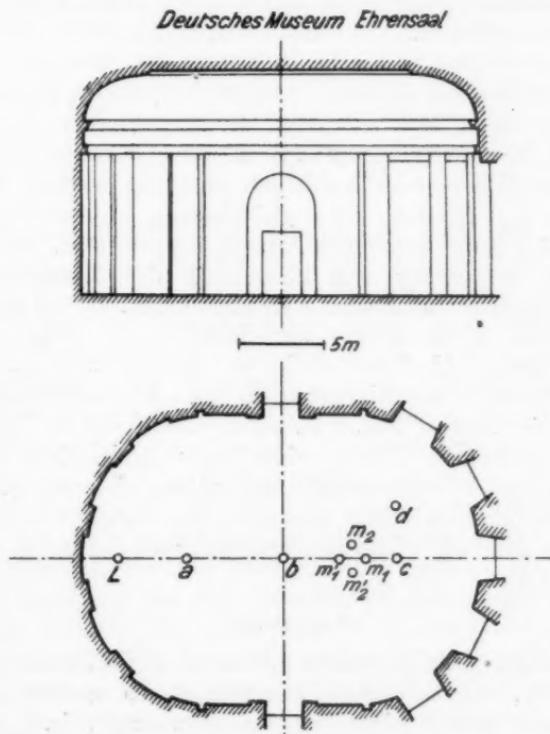
Die äußeren Abmessungen zeigt Fig. 1. Der 16 m breite, 23 m lange Saal wird rings von großen, ungegliederten Stuckwänden umschlossen, die mit sanftem Bogen in die 13 m hohe, flache Decke übergehen. Fünf Fensternischen unterbrechen

---

1) Bei einigen Aufnahmen wurde der Lautsprecherton moduliert, um die Frequenzabhängigkeit der Erscheinungen herabzudrücken, doch zeigte es sich, daß es wenig Zweck hat.

den einen der beiden Korbbögen, die die Längsachse des Grundrisses begrenzen.

Der Vortragende befindet sich in der fensterlosen Rundung, 2 m von der Rückwand entfernt (Fig 1, Punkt *L*). In seiner Nähe ist jedes Wort gut verständlich, in der Saalmitte



Der Ehrensaal des Deutschen Museums München  
Fig. 1

macht die Unterscheidung der einzelnen Silben schon Mühe, in der dem Redner gegenüberliegenden Rundung ist fast nichts mehr zu verstehen.

#### a) Tonprüfung

Zur Aufzeichnung dieses subjektiven Befundes machten wir eine Reihe von Gruppenaufnahmen, bei denen wir das

Mikrophon in Kopfhöhe einer sitzenden Person an verschiedene Stellen der Zuhörerreihen brachten. Die Schallquelle fand bei allen im Ehrensaal durchgeführten Messungen ihre Aufstellung am Platz des Redners (Fig. 1, L).

Das Ergebnis, das gut mit dem subjektiven Eindruck übereinstimmt, zeigt die bei 445 Perioden gemachte Reihe von Gruppenaufnahmen.<sup>1)</sup> In der vorderen Saalhälfte (Fig. 1, a) tritt im Oszillogramm (Fig. 7) die Gruppe deutlich hervor. Einige Reflexionen kommen erst spät, beeinflussen aber wegen ihrer geringen Stärke die folgende Gruppe nur unwesentlich. Die nächste Aufnahme (Fig. 8) in der Saalmitte (Fig. 1, b) zeigt das Echo bereits bedeutend näher am direkten Schall, dem es an Lautstärke etwa gleichkommt, so daß man hier also jeden Ton kurz nacheinander doppelt hört. In noch größerer Entfernung vom Sender, in der Fensterrundung (Fig. 1, c), erhält man ein Oszillogramm (Fig. 9), bei dem das Echo, das stärker ist als der direkte Schall, schon in die direkte Gruppe hineingerückt ist und sie stark verzerrt. Stellt man schließlich das Mikrophon um etwa 3 m seitlich aus der Mittellinie heraus (Fig. 1, d), erhält man Fig. 10. Da an diesem Platz die Wände nicht mehr symmetrisch wirken können, treffen unregelmäßige Reflexionen ein und erzeugen mit dem direkten Schall zusammen ein verwickeltes Klangbild, in dem die einzelnen Gruppen kaum mehr zu unterscheiden sind.

#### b) Stoßprüfung

Um nun die vor allem wirksamen Reflexionsflächen zu bestimmen, wurden einige Schußaufnahmen gemacht. Den Empfänger stellten wir in der Fensterrundung (Fig. 1, c) auf, weil dort die Störung am stärksten war. Geschossen wurde vom Platz des Redners (Fig. 1, L) aus, direkt auf das Mikrophon zu. Fig. 11 zeigt das erhaltene Oszillogramm. Die an Hand des Bauplanes vorgenommene Identifizierung der Wegstrecken aus den Wegzeiten ergab folgende Zusammenstellung:

---

1) Die wiedergegebenen Oszillogramme befinden sich im Anhang der Arbeit.

Der Punkt 0 entspricht dem Schuß,  
 die Spitze 1 entspricht dem direkten Schall,  
 " " 2 " der Reflexion an der Rückwand,  
 " " 3 " } der Reflexion an den Seitenwänden,  
 " " 4 " der Reflexion an den Pfeilern zwischen  
 " " 5 " den Fenstern,  
 " " 6 " an der Decke,  
 " " 7 " in der Hohlkehle über  
 der Tür,  
 " " 8 " in der Hohlkehle über  
 den Pfeilern.

$\frac{3}{50}$  Sek. nach dem direkten Schall sind alle größeren Reflexionen beendet, es folgt nur ein ziemlich starkes Nachhallen. Es ist bekannt, daß schwächere Reflexionen, die innerhalb  $\frac{1}{15}$  Sek. dem direkten Schall folgen, keine Störung bedeuten, sondern eher die Sprache beleben und ihr einen gewissen Klang geben. Das trifft auch hier für die Spitzen 2 bis 4 und 6 bis 8 zu, die alle höchstens  $\frac{1}{3}$  der Intensität des direkten Schalles erreichen. Dagegen vermag der Rückwurf 5 trotz seines geringen zeitlichen Abstandes eine erhebliche Verzerrung des direkten Schalles zu verursachen, da er diesen um ein beträchtliches an Intensität übertrifft. Obwohl die Pfeilerbreite nur 1,5 m beträgt, ist das durch die hohlspiegelartige Sammlung der Schallstrahlen in dem Gebiet möglich, in dem sich das Mikrophon befindet. Stellt man es wieder um 3 m seitlich aus dieser Zone heraus (Fig. 1, d), können die Pfeiler nicht mehr gemeinsam wirken. Deshalb ist im Oszillogramm (Fig. 12) die Spitze 5 verschwunden (die übrigen Zahlen entsprechen der obigen Zusammenstellung). Damit fällt auch das ihr entsprechende Echo weg. Aber, wie schon die Gruppenaufnahme (Fig. 10) gezeigt hat, tritt durch das unregelmäßige Eintreffen zahlreicher schwächerer Reflexionen eine solche Verzerrung des Druckverlaufs ein, daß die Tongruppen kaum mehr unterscheidbar bleiben.

Zur Prüfung auf die richtige Identifizierung der einzelnen Strahlengänge verwendet man die Richtwirkung der Pistole in einfachster Weise. Fig. 13 zeigt das Oszillogramm eines

wagerechten Schusses, senkrecht zur Verbindungsline Pistole-Mikrophon. Die Wirkung der Rückwand (2) und der einen Seitenwand (4) ist stärker geworden, während die übrigen Spitzen fast verschwinden. Bei der nächsten Aufnahme (Fig. 14) wurde wieder in Richtung Mikrophon, jedoch unter  $45^\circ$  schräg nach oben geschossen. Alle in Deckenhöhe erfolgenden Reflexionen (6, 7, 8) sind bedeutend verstärkt, die Intensitäten der unteren Wand- (3, 4) und Pfeilerreflexionen (5) haben eine geringe Schwächung erfahren. Diese Kontrollversuche bezeugen also die Richtigkeit der Einteilung. In Zweifelsfällen können solche Messungen zur Klärung der Sachlage beitragen.

Die Versuche, in der Gegend der Sprechfrequenzen einen etwa vorhandenen Eigenton des Ehrensaales zu finden, verliefen ergebnislos. Es zeigten sich wohl kleinere Unterschiede bei verschiedenen Frequenzen, ein eigentliches Ansprechen auf eine bevorzugte Tonlage trat jedoch niemals ein.

Die Stoß- und Tonprüfung zeigt zusammenfassend folgendes Ergebnis: Der Einfluß des Echoes nimmt mit wachsendem Abstand vom Redner zu. Das Echo rückt immer weiter vor und gewinnt gegen den direkten Schall relativ an Intensität, je mehr der Empfänger in die Fensterrundung zurückgeht. Der Schuß gibt einwandfrei an, daß die Störung durch die konzentrische Reflexion an den Pfeilern verursacht ist. Diese muß man also unterbinden, indem man gut dämpfenden Stoff in geringem Abstand vor der Mauer anbringt, wenn man die Hörsamkeit des Raumes verbessern will.

## 2. Verbesserter Zustand

Das Entgegenkommen der Museumsleitung ermöglichte die provisorische Aufhängung von sechs Vorhängen. Zu Versuchszwecken wurde gleich darauf Bedacht genommen, daß sie sich leicht abnehmen und wieder hochziehen ließen. Die Wirkung sollen einige Oszillogramme verdeutlichen, die kurz hintereinander mit und ohne Dämpfung aufgenommen wurden. Diese Vorsicht erscheint angebracht, da geringfügige Abweichungen von der früheren Aufstellung oder anderen Versuchsbedingungen Änderungen im Aussehen der Diagramme hervorrufen. Am wirksamsten ist die Dämpfung, wenn sich

der Stoff in einem Schwingungsbauch, also im Abstand einer Viertelwellenlänge von der Wand befindet. Bei faltiger Aufhängung trifft dies für die Sprechfrequenzen im großen und ganzen zu.

Auf dem Schußbild ist der Einfluß der Dämpfung verhältnismäßig gering. Immerhin zeigt Fig. 16 eine Verminderung der Spitze 5 auf etwa die Hälfte gegenüber der gleichen Spitze (5) in Fig. 15 ohne Dämpfung, so daß schon nach diesen Bildern auf eine starke Abschwächung des Echoes zu schließen ist.

Sie wird deutlicher bei den Gruppenaufnahmen. Bei der Aufstellung des Mikrofons in der Fensterrundung (Fig. 1, c), wo nach den obigen Ausführungen die Störung am schlimmsten ist, tritt infolge der Wirkung der Vorhänge der direkte Schall nunmehr deutlich hervor, während die Reflexionen stark herabgemindert sind (Fig. 17 ohne, 18 mit Vorhängen). Ebenso ist in der Saalmitte (Fig. 1, b) der Einfluß der Dämpfung gut kenntlich. Das Echo, das in Fig. 8 (ohne Vorhänge) die Pause zwischen zwei Tongruppen sehr stark störte, verschwindet bei Verwendung der Vorhänge fast vollkommen, so daß die Schallzeichen durch klare Pausen getrennt sind.

Die Verhinderung jeglicher Reflexion an großen Teilen der Wandfläche verursacht natürlich ganz allgemein eine Verängerung der Nachhallzeit. Fig. 19 (ohne Vorhänge) zeigt das langsame Abnehmen eines Tones von 461 Perioden beim ursprünglichen Zustand. Nach Anbringung der Vorhänge geht die Schallintensität viel schneller zurück (Fig. 20, mit Vorhängen). Auch die durch Schuß angeregten Eigenschwingungen erfahren durch die Stoffe eine bedeutende Schwächung. Es wurde dies in derselben Weise gezeigt, wie es E. Scharstein bei der Untersuchung von Eigentönen der Eingangshalle in der Technischen Hochschule getan hat.<sup>1)</sup> Man schaltet den Oszillographen mit stark erhöhter Empfindlichkeit erst nach ungefähr einer halben Sekunde ein. Die auf diese Weise gewonnenen Oszillogramme zeigten bei aufgezogenen Vorhängen erheblich vermindernde Amplituden und verkürzte Abklingzeiten gegenüber der Aufzeichnung ohne Dämpfung.

1) E. Scharstein, Ann. d. Phys. [5] 2. S. 169. 1929. — Vgl. auch S. 1032 und Fig. 34 u. 35.

Abgesehen von den Messungen überzeugten wir uns auch durch den subjektiven Eindruck von der Zweckmäßigkeit der Anordnung. Der Erfolg der Dämpfung war für das Ohr überraschend. An allen Stellen des Raumes war nunmehr jede Silbe deutlich wahrnehmbar. Das galt aber nur, wenn sich der Vortragende an der für ihn vorgesehenen Stelle (Fig. 1, a) befand. Vertauschte man die Plätze von Redner und Zuhörern, so daß etwa von Punkt c aus gesprochen wurde, so war die Verständlichkeit fast ebenso schlecht wie früher, da die unverhängt gebliebene Rundung sich jetzt wieder dem Sprecher gegenüber befand. Eine sehr geringe Besserung im Vergleich zum ursprünglichen Zustand, die man tatsächlich beobachtet, ist darauf zurückzuführen, daß die allgemeine Dämpfung des Raumes erhöht wurde. Sie reicht aber in diesem Falle längst nicht aus, um die Akustik erträglich zu machen.

Infolge der guten Erfahrung mit den provisorisch angebrachten Stoffen wurden inzwischen Vorhänge von der gleichen mausgrauen Farbe wie die Wände aufgehängt, und zwar so, daß sie sich der Gesamtarchitektur gut eingliedern. Somit ist der Ehrensaal des Deutschen Museums ein gutes Beispiel für die Möglichkeit der akustischen Verbesserung von Räumen mit den einfachsten Hilfsmitteln, wobei gleichzeitig eine auch architektonisch durchaus befriedigende Lösung gefunden werden kann.

### 3. Vergleich mit der Aula in der Albert-Ludwigs-Universität zu Freiburg i. Br.

Die von E. Scharstein und W. Schindelin untersuchte Universitätsaula in Freiburg i. Br.<sup>1)</sup> weist ähnliche Bauformen wie der Ehrensaal des Deutschen Museums auf; beide Räume zeichnen sich auch durch sehr schlechte Akustik aus. Es mag auffallen, daß die Gründe dafür in beiden Fällen dennoch ganz verschieden sind. Das ist indessen leicht zu verstehen. Beim Ehrensaal wird die störende Sammlung der Schallstrahlen durch die dem Redner gegenüberliegende zylindrische

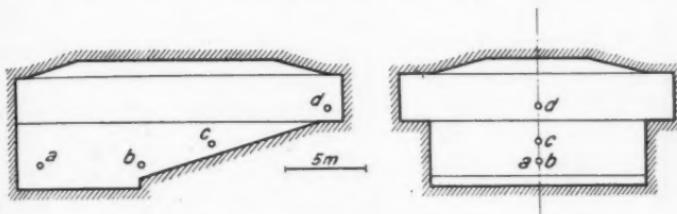
---

1) E. Scharstein u. W. Schindelin, Ann. d. Phys. [5] 2. S. 194. 1929.

Wandfläche bedingt, während in der Freiburger Aula das entsprechende Mauerstück nach einem Vorraum hin durchbrochen ist. Auf der anderen Seite übt bei der Freiburger Aula die dem Redner gegenüberliegende Deckenhohlkehle durch Konzentration des Schalles in der Gegend des Podiums einen schädlichen Einfluß aus; beim Deutschen Museum ist dies nicht möglich, da hier die Hohlkehle über den Pfeilern durch Fensternischen unterbrochen ist, so daß eine zu kleine wirksame Fläche übrigbleibt.

## II. Der große Oberlichthörsaal

Im Nordflügel der Technischen Hochschule München sind zwei neue Oberlichthörsäle im Entstehen, welche mit auf-



Der große Oberlichthörsaal

Fig. 2

steigenden Sitzreihen versehen werden sollen, was sich für Vortrags- und Lehrzwecke, aber auch wegen der akustischen Eigenschaften als günstig erwiesen hat. Fig. 2 zeigt den größeren von ihnen<sup>1)</sup>, der zur Zeit der Versuche erst im Rohbau fertiggestellt war, im Längs- und Querschnitt. Die zum Teil verputzten Wände umgrenzen eine Grundfläche von  $20 \times 13,5$  m. Der glatte Boden, der die Stützen für die Bänke aufnehmen sollte, bestand aus Betonflächen; vom vorderen Drittel ab stieg er schräg an bis zur Höhe der Galerie, welche die beiden Längsseiten begrenzt. Der größte, etwas erhöhte Teil der Decke wird als Oberlicht von Glasplatten gebildet und hat 8 m maximalen Abstand vom Boden. Trotzdem der

1) Für einen ähnlichen Hörsaal hat E. Michel die Wellenzüge zeichnerisch verfolgt und aufgenommen. E. Michel, Deutsche Bauhütte 1924, S. 174: „Wie verläuft der Nachhall?“

ziemlich große Raum vollkommen leer war, zeichnete er sich schon jetzt durch seine auffallend gute Hörsamkeit aus. Die Gründe hierfür sollten durch die vorgenommenen Messungen festgestellt werden.

#### a) Stoßprüfung

Zunächst machten wir einige Schußaufnahmen an den in Fig. 2 bezeichneten Stellen, wobei wir die Pistole entsprechend dem Verwendungszweck des Raumes an dem zukünftigen Platz des Podiums (Fig. 2, a) aufstellten.

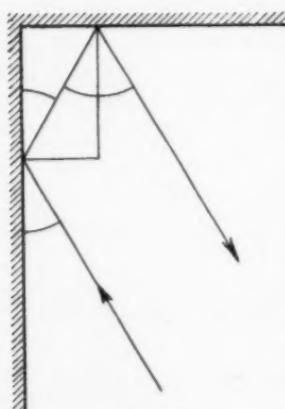


Fig. 3

Das direkt neben der Pistole aufgenommene Knallbild — es unterscheidet sich nur wenig durch die Intensität der Reflexionen von Fig. 21 und ist daher nicht wiedergegeben — zeigte im wesentlichen nur einen stärkeren Rückwurf von den Seitenwänden, der schon nach  $\frac{2}{50}$  Sek. eintrifft. Die Decke über dem Podium reflektiert mit ihrem schrägen Teil besonders in Richtung des unteren Endes des geneigten Fußbodens (Fig. 2, b), der Stelle der späteren vorderen Bankreihen. Dieser Reflexion an der

Decke entspricht im Oszillogramm (Fig. 21)<sup>1)</sup> die Spitze 2, sie erreicht aber ebensowenig wie die Seitenwandreflexion 3 eine schädliche Intensität. Die beiden folgenden Ausschläge 4 und 5 beruhen auf Doppelreflexionen, die nach dem späteren Einbau der Sitze allerdings fortfallen werden; denn der Strahlengang verläuft bei Spalte 4 vom Sender über Decke und Boden zum Mikrophon, bei 5 in umgekehrter Reihenfolge über Boden und Decke. Eine eigentümliche Ursache hat Spalte 6. An Hand der Zeichnung (Fig. 3), die zunächst einen Sonderfall darstellt, bei dem die Strahlen in der auf den Wänden senkrecht stehenden Zeichenebene verlaufen, erkennt man, daß auf Grund des Reflexionsgesetzes bei senkrechter Anordnung der reflektierenden Flächen die gekennzeichneten Winkel alle einander gleich

1) Die Ursache der einzelnen Reflexionen ist unter Fig. 21 angegeben.

sind, so daß also der reflektierte Strahl parallel zum einfallenden verläuft. Fallen die Strahlen unter einem gewissen Winkel zur Normalebene etwa schräg von vorne auf, so erfolgt die Reflexion derart, daß die Strahlen unter demselben Winkel schräg nach hinten austreten, wobei deren Projektion auf die Normalebene wieder zwei Parallelen ergibt. Demnach wird in unserem Falle die Druckwelle in dem Winkel zwischen Decke und Seitenwand über der Galerie (vgl. Querschnitt Fig. 2) auf das Mikrophon reflektiert und erreicht dieses mit ziemlich großer Intensität. Zur Kontrolle für die richtige Bestimmung diente ein Schuß unter  $45^\circ$  nach oben. Hierbei erfuhren die Spitzen 2, 4 und 6 eine Vergrößerung, die die Annahme bestätigt, daß sie nur durch Rückwurf in der Höhe erzeugt sein können.

In der Saalmitte (Fig. 2, c) erhalten wir ebenfalls ein nur wenig verändertes Knallbild, dessen Wiedergabe sich daher erübrigkt. Die Wirkungen von Decke, Seitenwand und Winkel über der Galerie sind, abgesehen von den etwas veränderten Wegzeiten, gleich geblieben. Die mehrfachen Rückwürfe an Decke und Rückwand sowie Rückwand-Decke-Vorderwand sind hier wie an den anderen Stellen des Saales von zu geringer Stärke, als daß ihnen irgendwelcher störende Einfluß zugemessen werden könnte. Am oberen Saalende (Fig. 2, d) liefert das Oszillogramm (Fig. 22) überhaupt keine größeren Spitzen mehr. Die einzelnen Schallstrahlen treffen unter zu flachem Winkel auf die Decke und die Seitenwand auf, als daß noch eine erhebliche Intensität am Ende des Saales ankommen könnte. Lediglich mehrfache Reflexionen zwischen Decke und Boden, bei denen die Schallstrahlen unter steilerem Winkel auffallen, ergeben eine nennenswerte Spurze (Fig. 22, 9), die aber nach dem Einbau der Bänke fortfallen wird.

Auch bei anderer Aufstellung der Schallquelle als bei a hat der Saal gute akustische Eigenschaften, die ihn z. B. für Diskussion besonders geeignet erscheinen lassen. Der am oberen Ende (Fig. 2, d) abgegebene und dort registrierte Schuß hat fast gar kein Echo. Der schräge, für Frischluftzufuhr durchbrochene Teil der Decke bleibt genau so wirkungslos wie die schmalen Längswände der Galerie. Selbst der Rückwurf der großen Vorderwand trifft so schwach ein, daß ihm

trotz des Zeitunterschiedes keine Bedeutung beizulegen ist. Bei der Aufstellung des Empfängers am Podium (Fig. 2, a) ergibt der Schuß von oben (Fig. 2, d) Oszillogramm Fig. 23, dessen Verlauf die auch hier nur geringe Wirkung der Begrenzungsfächen erkennen läßt. Es ist für alle Plätze das gleiche Bild: die Hauptreflexionen folgen innerhalb der  $\frac{3}{50}$  Sekundengrenze auf das Eintreffen des direkten Schalles, hinter dessen Intensität sie stets zurückbleiben. Sie haben somit niemals störenden, sondern eher verstärkenden Einfluß. Alle anderen Reflexionen, die nach längeren Wegen eintreffen, sind so schwach, daß sie wirkungslos bleiben.

Ähnlich wie das Abklingen eines Schusses ist auch der Nachhall eines Dauertones ziemlich kurz und stark gedämpft. Bereits  $\frac{1}{2}$  Sekunde nach Abschalten des Senders ist die Schallenergie fast vollkommen verschwunden.

#### b) Tonprüfung

Die Tonprüfung an verschiedenen Stellen mit mehreren Frequenzen ergab Oszillogramme, die im großen und ganzen den subjektiven Befund und die Ergebnisse der Stoßprüfung bestätigten. Als Beispiele seien Fig. 24, die mit der Frequenz 517/Sek. an der Stelle b, und Fig. 25, die mit  $f = 435$ /Sek. an der Stelle d aufgezeichnet wurde, herausgegriffen. Bei diesen Aufnahmen stand der Lautsprecher an der Stelle der Pistole a (Fig. 2). Es wurde schon erwähnt, daß die Verständigungsmöglichkeit auch von hinten nach vorne (Sender bei d, Empfänger bei a, Fig. 2) ganz ausgezeichnet ist, wofür Fig. 26 als Beweis diene. Die Tonzeichen, in diesem Falle wieder mit 517 Perioden, werden einwandfrei empfangen, die Pause zeigt nur kleinere unwesentliche Reflexionen.

Wie vorsichtig man aber bei Schlüssen aus solchen Klangbildern sein muß, zeigt Fig. 27. Sie ist unter genau denselben Umständen wie Fig. 25, aber mit einer Periodenzahl von 410/Sek. aufgenommen. Man würde leicht auf eine mäßige Hörsamkeit schließen, wenn man nur diese eine Aufnahme besäße. Immerhin heben sich die einzelnen Tongruppen noch verhältnismäßig gut heraus, trotz des Hallens während der Pausen (ganz im Gegensatz etwa zu Fig. 32).

## c) Gründe für die gute Akustik

Fragt man sich, was der Grund für die gute Akustik des Raumes ist, so kommen nicht in Betracht die verhältnismäßig geringen Dimensionen, obwohl die im Verhältnis zu den Dimensionen des Raums geringe Deckenhöhe sicher günstig wirkt. Das von E. Scharstein<sup>1)</sup> beschriebene Sitzungszimmer der Landwirtschaftlichen Abteilung und der im folgenden zu beschreibende kleine Oberlichthörsaal (beide in der Technischen Hochschule München) haben in jeder Richtung kleinere Dimensionen und doch schlechte Akustik.

Es kann der Grund auch nicht gute Absorption der Wände sein. Die Wände, der Boden und die Decke des in Frage stehenden Saals bestanden aus Beton, Verputz, Glas (Decke), alles fast genau wie in dem später beschriebenen kleinen Oberlichtsaal im ersten Bauzustand.

Es scheint keine andere Erklärung übrigzubleiben als die, daß die vielen schrägen Flächen des Raums in erster Linie die Akustik günstig beeinflußt haben, im Gegensatz zu den beiden anderen Räumen, die die Form eines normalen Parallelepipedes haben. Auch der Einfluß, den der Einbau des aufsteigenden Bodens im kleinen Oberlichtsaal hatte (vgl. S. 1033 f.) weist darauf hin, wenn auch hier die günstige Wirkung des Materials (Holz) vielleicht noch hinzukam.

Natürlich ergibt sich nun die Frage, warum diese schrägen Flächen so günstig wirken sollen. Man kann daran denken, daß sie gegenüber einem parallelepipedischen Raum die Anzahl der Reflexionen im allgemeinen erhöhen und daß die Reflexionen im allgemeinen unter flachem Winkel erfolgen. Man kann sich auch vorstellen, daß in einem solchen Raum das Hin- und Herlaufen von breiten Wellen zwischen denselben Flächen vielfach unmöglich wird und daß dadurch die Ausbildung von Eigenschwingungen sehr viel mehr erschwert wird, als in einem parallel-epipedischen Raum.

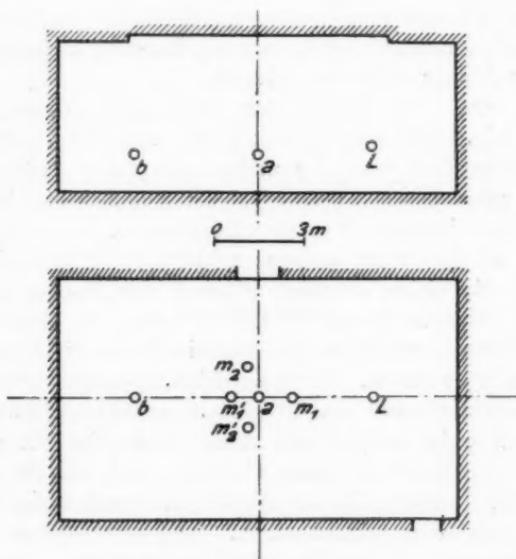
## III. Der kleine Oberlichthörsaal

## 1. Erster Bauzustand

Der kleine Oberlichthörsaal (Fig. 4) ist ein Raum einfacher Ausführung; er mißt im Grundriß  $13,2 \times 8,0$  m. Die

1) E. Scharstein, Ann. d. Phys. [5] 2. S. 172. 1929.

Wände sind ringsherum glatt verputzt und nur durch zwei Türen unterbrochen. Die ziemlich niedrige Decke besteht in ihrem mittleren Teil aus Glasplatten und verläuft im Abstand von 5 m parallel zum horizontalen Betonboden, der später durch einen stufenförmig nach hinten leicht ansteigenden Holzboden überbaut werden soll.



Der kleine Oberlichthörsaal

Fig. 4

Während der große Oberlichthörsaal im gleichen Bauzustand eine ausgesprochen gute Akustik aufwies, war es im kleineren Saal unmöglich, sich über auch nur mäßige Entfernung zu verständigen.

Durch Sprache oder Knall einmal angeregte Schwingungen erfüllen den ganzen Raum und laufen sich erst nach längerer Zeit tot. Wie der Nachhall, dauert auch das Einschwingen mehrere Sekunden, bis sämtliche Reflexionen beim Empfänger eintreffen und den resultierenden Endzustand ergeben. Dabei nehmen die Amplitudenkurven ganz eigenartige

Formen an<sup>1)</sup>, wie aus den Figuren 28 u. 30 bei 435 Perioden zu ersehen ist. Fig. 28 zeigt ein stetiges Anschwellen bis zu einem maximalen Wert; neu ankommende Reflexionswellen geraten dann mit den vorhandenen Schwingungen zur Überlagerung und bewirken eine Verminderung der Schallenergie an der Beobachtungsstelle. Nach dem Abschalten des Senders (Fig. 29) verschwindet der Ausschlag plötzlich, um später noch einmal  $\frac{4}{5}$  der Amplitude des Dauertones zu erreichen und erst nach 2 Sekunden ganz zurückzugehen. Wie stark die Kurvenform von der örtlichen Aufstellung des Mikrofons abhängig ist, lassen zwei weitere Aufnahmen erkennen. Die vorigen Figuren wurden ungefähr in der Saalmitte an Platz a (Fig. 4) erhalten. In nur 4 m Entfernung, an Platz b, liefert der gleiche Ton (435 Perioden) die Linienzüge von Figg. 30 und 31. Nach dem Einschalten des Lautsprechers steigt die Amplitude ziemlich rasch auf ein Maximum an, geht infolge neuer Interferenzen auf Null zurück und erreicht nach einigen Schwankungen einen mittleren Endwert. Der dazugehörige Nachhall ist ebenfalls sprunghaft und erstreckt sich mit einem starken Zwischenmaximum auf mehr als 3 Sekunden.

Bei solchen Nachhallzeiten ist es verständlich, daß Tongruppen überhaupt nicht mehr ungestört ankommen können. Es ist auch gleichgültig, ob man die Schallzeichen in größerem oder geringerem Abstand vom Sender empfängt, abgesehen von der Aufstellung des Mikrofons in nächster Nachbarschaft vom Lautsprecher (Fig. 4, L), der dann die Echos zu überschreien vermag, wenn nicht gerade Resonanz auftritt. Dieser letztere Fall ist z. B. von E. Scharstein beim Sitzungszimmer der landwirtschaftlichen Abteilung untersucht worden.<sup>2)</sup>

Von einer guten Wiedergabe von Tongruppen kann unter diesen Umständen nicht die Rede sein. Die Aufnahmen haben in der Mehrzahl ungefähr das Aussehen von Fig. 32, die bei 517 Perioden an Platz b (Fig. 4) erhalten wurde. Diese Frequenz bedingt hier einen in seiner Intensität wechselnden Dauerton,

1) Über den Verlauf des Nachhalls liegen von A. Quick und E. Meyer Untersuchungen vor. Quick, Diss. Hannover 1921. „Nachhalluntersuchungen“. E. Meyer, Elektrische Nachrichtentechnik 4. S. 135. 1927. „Beiträge zur Untersuchung des Nachhalls“.

2) E. Scharstein, Ann. d. Phys. [5] 2. S. 172. 1929.

der sich als lebhaft zerrissene Kurve aufzeichnet. Bei dem ständigen Dröhnen ist der jedesmalige Einsatz der Gruppe nicht mehr feststellbar. Nur gelegentlich ergeben sich bei Verwendung bestimmter Frequenzen an bestimmten Stellen Oszillogramme von der Form der Fig. 33 (517/Sek.). Solche Oszillogramme können eine gute Hörsamkeit vortäuschen. Sie machen sich aber dadurch verdächtig, daß sie sich bei den einzelnen Tongruppen nicht in der gleichen Weise wiederholen. Vorausgesetzt, daß die Frequenz konstant war, ist das immer ein Zeichen dafür, daß die Zeit der Pause zwischen 2 Tongruppen nicht ausreichte, um den Ton zum Abklingen zu bringen, daß also die Tongruppen einander überlappen.

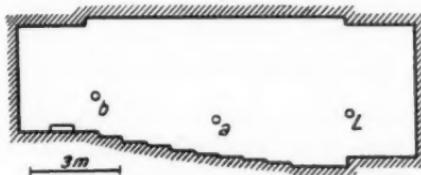
In einem solchen einfachen mittelgroßen Raum, in dem alle Begrenzungsflächen gleichmäßig und sehr stark wirken, zeigt eine Schußaufnahme keine Besonderheiten. Das Knallbild (Fig. 34), das in der Saalmitte aufgenommen wurde, läßt das langanhaltende Knattern erkennen, das durch einen Schuß ausgelöst wird. Die Pistole stand an der Stelle des Senders (Fig. 4, L). Wegen der Kürze der Entfernung folgen die Reflexionen von Seitenwand (2), Decke (3) und Rückwand (4) in ganz geringen Abständen. Die ersten Mehrfachreflexionen schließen sich sofort an und leiten zu allgemeinem Schwingen über. Ein- und zweimaligen Hin- und Hergang des Knalles deuten etwas vergrößerte Spitzen (5 und 6) an. Die durch den Stoß angeregten Schwingungen wurden mit erhöhter Empfindlichkeit der Apparatur nach knapp einer halben Minute aufgezeichnet (Fig. 35); sie haben eine Frequenz von 1500 bis 1800/Sek.

## 2. Zweiter Bauzustand

Da der Ausbau des Hörsaals alsbald in Angriff genommen wurde, war es möglich, die Untersuchungen bei einem fortgeschrittenen Bauzustand fortzusetzen. Schon nach dem Einbau des treppenförmigen Holzbodens — den veränderten Längsschnitt zeigt Fig. 5 — stellte sich heraus, daß nun eine einwandfreie Verständigung möglich war.<sup>1)</sup>

1) Da die Bauarbeiten sich hinauszögerten, haben wir die Beendigung derselben nicht abgewartet. Inzwischen ist der Saal fertig geworden und besitzt sehr gute Akustik.

Eine gewisse Überraschung bereitete deshalb die Tatsache, daß die Schalldruckkurve eines Schusses auf den ersten Blick fast unverändert geblieben war (Fig. 36). Vergleicht man die Figg. 34 und 36 genauer, so findet man im einzelnen zwischen ihnen erhebliche Unterschiede. Man findet bei Berücksichtigung des Zeitmaßstabs auch, daß bei Fig. 36 die Amplituden der angeregten Schwingungen etwas rascher zurückgehen als bei Fig. 34. Aber der Unterschied ist doch so gering, daß wohl kaum jemand aus Fig. 36 auf eine gute Akustik schließen würde, wenn er weiß, daß Fig. 34 einer schlechten entspricht.



Querschnitt des kleinen Oberlichthörsaals  
nach dem Einbau des Holzbodens

Fig. 5

Ein Grund für den geringen Unterschied ist wohl der, daß das mehrmalige Hin- und Herrollen des Knalles in der horizontalen, also der Schufrichtung, unbehindert war.

Die Aufnahme des An- und Nachhalles (Fig. 37, im Gegensatz zu 28—31) zeigt die Veränderung besser. Die erhöhte Dämpfung und die Verhinderung von Mehrfachreflexionen zwischen Glasdecke und Betonboden bewirken sowohl das raschere Einstellen des Gleichgewichtszustandes beim Tönen des Senders, als auch die Verkürzung der Abklingzeit auf ungefähr  $\frac{1}{2}$  Sekunde.

Am besten stimmen mit dem subjektiven Befund die Aufnahmen von Tongruppen. Es ergaben sich jetzt nur noch geringe Differenzen zwischen den Aufzeichnungen an zwei verschiedenen Orten und bei verschiedenen Frequenzen. Durch die Unterbindung von hin- und hergehenden Wellenzügen zwischen Boden und Decke bleibt der Gangunterschied zwischen direktem und reflektiertem Schall nur klein und das Echo dient zur Verstärkung der Amplituden. Fast wie im Freien

zeichnen sich 410 Perioden ziemlich ungestört und mit fast echoloser Pause in der Saalmitte (Fig. 5, a) auf (Fig. 38). Allerdings sind derartige Aufnahmen, die überhaupt keine Störung erkennen lassen, auch jetzt nicht die Regel. Meist sind die Oszillogramme von der Art wie Fig. 39 (aufgenommen an der Stelle Fig. 5, b), das zwar Reflexionen in kurzem Abstand, aber mit starkem Abfall zeigt und die Tongruppen klar erkennen läßt. Aus der Tatsache, daß sich die Kurven bei den einzelnen Tongruppen in genau derselben Weise wiederholen, folgt auch ohne weiteres, daß der Ton einer Gruppe in der folgenden Pause praktisch vollkommen abklingt.

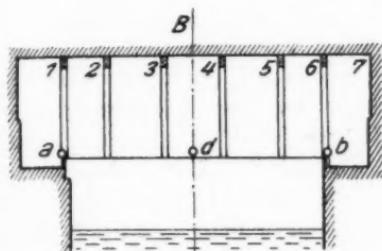
#### IV. Das Wasserschloß des Walchenseekraftwerkes

Das Wasserschloß des Walchenseekraftwerkes besitzt eine große Halle über dem Ausgleichsbecken am Ausgang des Stollens, der das Wasser vom Walchensee auf die Kochelseeseite leitet. Diese Halle dient vor allem als Wärmeschutz, damit auf dem Wasserspiegel des Staubeckens im Winter keine Eisbildung eintreten kann. Der Eisenbetonbau ist mit möglichster Einfachheit ausgeführt. Fig. 6 zeigt den Grundriß mit Längs- und Querschnitt durch die Hauptachsen des Bassins. Die Hauptabmessungen sind 36,7 m Länge, 23,3 m Breite und 11,5 m Höhe. Die horizontale Decke wird durch 6 kreisförmige Säulen getragen, deren Mittelpunkte (Fig. 6, M) etwas über Fußbodenhöhe liegen; sie wölben sich in ungleichmäßigen Abständen über das Becken. Die Tiefe bis zum Wasserspiegel, ebenfalls vom Boden aus gemessen, schwankte während des Betriebes zu der damaligen Jahreszeit zwischen 6 und 8 m.

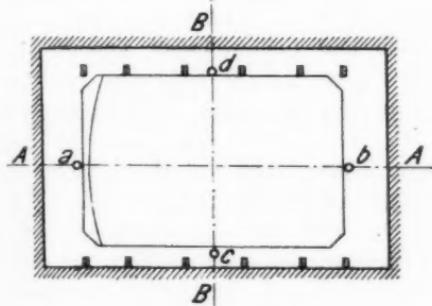
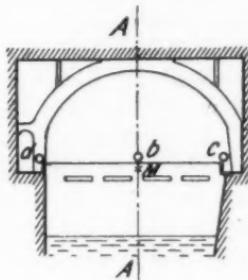
Infolge des geringen Schallabsorptionsvermögens der Betonwände und der Wasseroberfläche besitzt die Halle die denkbar schlechteste Akustik. So vermag man z. B. von einem in einer Entfernung von wenigen Metern zusammenhängend gesprochenen Satz die erste oder höchstens die zweite Silbe zu verstehen. Alles Übrige wird von den inzwischen eintreffenden Reflexionen übertönt. Der durch Sprache, einen plötzlich abgeschalteten Dauerton oder etwa einen Jodler verursachte Nachhall erstreckt sich über fast 20 Sekunden. Die von einer Person

mit gewöhnlicher Lautstärke nacheinander gesungenen Töne eines Akkordes brausen wie der vielstimmige Gesang eines starken Männerchores durch die Halle. Bei dem Zuschlagen einer Türe oder beim Pistolenschuß hat man zuerst den Eindruck eines Knales im Freien, — er verhallt infolge der beträchtlichen Entfernung anfangs ungestört, — bis nach kurzer Zeit die ersten Reflexionen eintreffen. Dann setzt ein all-

Schnitt A—A



Schnitt B—B



Grundriß

## Das Wasserschloß des Walchenseekraftwerkes

Fig. 6

mäßig anschwellendes Dröhnen ein, das nach ungefähr 3 Sekunden sein Maximum erreicht, um schließlich langsam abzuklingen.

a) *Stoßprüfung*

Die Stoßprüfung soll zunächst den Einfluß der einzelnen Begrenzungsfächen auf den Verlauf des Knales erkennen lassen. Für die erste Aufnahme stellten wir das Mikrophon

über die Mitte einer Beckenquermauer (Fig. 6, a) und schossen über dasselbe hinweg. Fig. 40 ist das Oszillogramm eines solchen Schusses. Bei 1 haben wir den Knall, der eine lange Zeit unbeeinflußt verläuft. Nach 18 m Schallweg, fast  $\frac{3}{50}$  Sek., trifft bei 2 der erste Rückwurf ein, und zwar von der ersten Kreisbogenstütze, deren Mittelpunkt zufällig in der Nähe des Empfängers liegt. Trotz der geringen Mauerbreite von nur 50 cm ist der Ausschlag sehr groß, da der ganze Bogen konzentrisch zu wirken vermag. Die folgenden Spitzen werden durch Reflexionen in den Winkeln zwischen Deckenmitte bzw. Seitenwänden und den übrigen 5 Pfeilern verursacht. Entsprechend der Richtwirkung der Pistole nimmt die Größe der aufeinanderfolgenden Ausschläge zu. Da die Bogenachse nicht mit der Mittellinie der Halle zusammenfällt, kommt der Rückwurf von einer Seite eine Kleinigkeit später und verursacht somit den jeweils nachfolgenden kleinen Ausschlag bei den Spitzen 3—7. Die Spitze 7 bleibt so klein, weil der 6. Winkel hinter dem vorhergehenden Bogen (5) versteckt liegt. Dagegen wird der Rückwurf aus dem Winkel 7 (Fig. 6) zwischen Rückwand einerseits und Decke und Seitenwänden andererseits wieder größer und ergibt Spitze 9. Die Reflexion von der gegenüberliegenden Deckenmauer, die zudem noch durch den Überlauf durchbrochen ist, bleibt ganz aus. Nur von der Rückwand der Halle selbst kommt noch die kleine Spitze 8. Ein merkwürdiger und zufälliger Strahlenverlauf scheint den 10. Ausschlag zu bedingen. Die auf die Unterfläche des 3. Bogens auftreffenden Strahlen werden nach der Ecke zwischen Wasserspiegel und Beckenwand (Fig. 6, unterhalb b) abgelenkt und gehen von dort in umgekehrter Richtung über die Decke wieder auf Pistole bzw. Mikrophon zurück. Erst nach langem Suchen ergab sich diese Lösung in sehr guter Übereinstimmung mit der Wegzeit.

Nach diesen Hauptreflexionen folgt eine längere Pause mit gelegentlichen kleineren Ausschlägen bis nach  $\frac{3}{10}$  Sek. die Mehrfachreflexionen in ein allgemeines Schwingen übergehen, das langsam anwächst (Fig. 40, b). Die nächste Fig. (41) gibt diesen ganzen Vorgang bei vergrößerter Empfindlichkeit des Oszillographen wieder. Das Zeichen \* befindet sich zeitlich an der gleichen Stelle wie bei Fig. 40. Man sieht hier

deutlich, wie der glatte Nullstrich, der nur durch einige Rückwürfe unterbrochen ist, nach einer gewissen Zeit plötzlich von anschwellenden Schwingungen abgelöst wird. Anfänglich heben sich noch einige größere Spitzen deutlich als Reflexionen ab. Je mehr diese verschwinden, desto mehr geht die Energie der Einzelrückwürfe in allgemeine Schallenergie über, wodurch das Ansteigen der Lautstärke zu erklären ist.

Dieses Nachklingen setzt mit einer ziemlich hohen Frequenz, ungefähr 2500/Sek., ein. Nach Ablauf von etwa 5 Sek. hat sich die Schwingungsform vereinfacht (Fig. 42); eine tiefere Frequenz, ungefähr 500/Sek., herrscht jetzt vor und ist von hohen Perioden geringer Intensität überlagert. Bekanntlich werden hohe Töne stärker absorbiert, daher sind diese nach weiteren 3 Sek. vollkommen verschwunden; das Oszillogramm (Fig. 43) hat jetzt ein ganz einfaches Aussehen erhalten. Ein maßstäblicher Vergleich der 3 Aufnahmen (41, 42, 43) ist nicht zulässig, da zur Erreichung einer anschaulichen Figur die Empfindlichkeit der Apparatur jedesmal gesteigert werden mußte.

Ein Schuß in der Längsrichtung auf das Mikrophon zu (Fig. 6, von *b* nach *a*), hat einen ähnlichen Verlauf. Nach Ankunft der direkten Welle treffen die Rückwürfe von den Begrenzungsf lächen ein, allerdings bedeutend schneller, da jetzt geringere Gangunterschiede in Frage kommen. Schließlich folgen noch einige stärkere Mehrfachreflexionen, während der Luftinhalt wieder allmählich in Schwingungen gerät, die nach langsamem Anstieg über ein Maximum erst nach geraumer Zeit abklingen.

Einen ähnlichen Charakter zeigt das Knallbild eines Schusses in der Querrichtung über das Wasserbecken (Fig. 6, von *c* nach *d*), bei dem ebenfalls der Übergang der einzelnen Reflexionen in allgemeine Schallschwingungen zu beobachten ist.

#### b) *Nachhall*

Eine einfache Beobachtung mit Ohr und Uhr ergab, daß das Maximum des Schalleindruckes nach ungefähr 3 Sek. erreicht ist. Fig. 44 zeigt das Abklingen eines Pistolenknalles bei sehr langsamem Lauf des Oszillographenstreifens. 2 Sek. nach Abgabe des Schusses wurde auf erhöhte Empfindlichkeit umgeschaltet. Die Abnahme der Amplituden erfolgt tatsächlich

ziemlich genau exponentiell und entspricht einem Dämpfungs faktor  $\delta = 0,07/\text{Sek.}$  Bei dieser und bei den folgenden Aufnahmen befand sich der Sender bei  $c$  (Fig. 6) und der Empfänger bei  $d$  (Fig. 6).

Der Nachhall eines Tones verläuft in einem so großen Raum gleichmäßiger als in einem kleinen. Fig. 45 zeigt einen Ausschnitt des Abklingens von 387 Perioden, bei dem die Abnahme der Ausschläge einen ziemlich stetigen Verlauf hat. Bei 517 Perioden (Fig. 46) bedingen stärkere Interferenzen ein lebhaftes Flackern der Amplitudenkurve. Ähnlich wie in kleineren Räumen zeigt sich nachträgliches Anschwellen usw., doch treten solche Schwankungen nicht in derart starkem Ausmaße auf, wie z. B. im kleinen Oberlichthörsaal (Fig. 29).

Eine andere Art, das Nachklingen eines Tones zu demonstrieren, zeigen die beiden folgenden Figg. 47 und 48. Der Schallsender wurde zu der in der Aufnahme markierten Zeit (0) plötzlich von einer Tonlage auf die andere umgeschaltet. Der neue Ton dringt allmählich durch und erfüllt den Raum, während der vorhergehende Ton noch längere Zeit im Raum bestehen bleibt und erst allmählich an Energie verliert und schließlich ganz verschwindet.

Dabei bilden sich Schwebungen entsprechend dem Tonintervall aus, die sich über die ganze Dauer des Nachhalls erstrecken. Auf diese Weise ist es möglich, bei großer Differenz einen scharfen Triller zu erzeugen, wie es bei Fig. 47 durch Wechsel der Frequenz von 560 auf 517/Sek. geschehen ist. Eine geringe Verstimmung des Senders verursacht ein langsames Schweben, wie es Fig. 48 bei Änderung von 400 auf 390 Perioden zeigt. Diese Schwebungen konnten wegen der langen Nachhallzeit im Wasserschloß besonders gut beobachtet werden und erstreckten sich ebenfalls über viele Sekunden. In den Figuren ist nur der erste Teil der Oszillogramme wiedergegeben.

Das starke Nachklingen erschwert die Konstanthaltung der Amplitude eines Dauertones beim Empfänger, da jede kleine Änderung der Tonhöhe sofort Schwebungen zur Folge hat. Die für den Röhrengenerator zur Verfügung stehende Gleichspannung unterlag vielfachen Schwankungen und bedingte

häufige Frequenzänderungen, so daß auf Anhallaufnahmen eines Dauertons verzichtet werden mußte.

#### c) Tonprüfung

Für die Tonprüfung stellten wir Lautsprecher und Mikrophon einander gegenüber in der Mitte der beiden Beckenlängswände auf (Fig. 6, c, d). Wir benutzten trotz der schwachen Dämpfung die übliche Zeichenhäufigkeit von 2 Gruppen in der Sekunde. Aus einer langen Reihe von Aufnahmen sollen nur die besonders charakteristischen herangezogen werden.

Bei 345 Perioden (Fig. 49) hat es den Anschein, als ob die Verdoppelung der Gruppen durch einen starken direkten Schall und nach einer längeren Pause ein lautes Echo entstanden wäre. Das trifft jedoch nicht zu. Denn bei dem Abstand von 18 m müßte das Schallzeichen schon nach knapp  $\frac{3}{50}$  Sek. am Mikrophon eintreffen; der erste große Ausschlag stellt sich aber erst nach  $\frac{7}{50}$  Sek. ein. Beide Maxima während jedes Tongruppenintervalle sind tatsächlich durch Reflexionen erzeugt, vom unmittelbaren Schall ist überhaupt nichts zu erkennen. Fig. 50 zeigt, wie durch 517 Perioden ein lebhaftes, ungleichmäßiges Dröhnen entsteht, bei dem die Tongruppen nicht mehr zu unterscheiden sind. Diese beiden Aufnahmen bilden Grenzfälle. Dazwischen liegt eine Reihe von Übergangsstadien, für die Oszillogramm Fig. 51 ( $f = 580/\text{Sek.}$ ) ein Beispiel bildet.

Um zu erkennen, wie sich die Schwingungen nach anfänglicher Ruhe einstellen, machten wir noch einzelne Anlaufaufnahmen. Dabei ergab sich für alle Beobachtungen die Tatsache, daß nur eine verhältnismäßig sehr kleine Energiemenge direkt vom Sender zum Mikrophon gelangt. Die großen Ausschläge sind durch Zusammenwirken von mehreren Reflexionen entstanden. Der weitere Vorgang ist dann ein Aufschaukeln der Schwingungen bis zu einem Gleichgewichtszustand, in dem die Abnahme der gesamten Schallenergie im Raum gleich dem Zuwachs durch das zeitweilige Tönen des Senders ist. Dem in der Pause jedesmal beginnenden Nachhall superponiert sich dann das neue Zeichen.

Für die gleiche bisherige Aufstellung der Apparatur (Fig. 6, c, d) zeigt z. B. Fig. 52 den Anlauf von Tongruppen bei

460 Perioden/Sek. Nach der ersten Gruppe erkennt man das Eintreffen des direkten Schalles mit sehr geringer Intensität. Nach weiteren  $\frac{4}{50}$  Sek. kommen Reflexionen, die die Schwingungen auf das 3—4 fache der Anfangsamplitude vergrößern. Neu eintreffende Echos schwächen oder verstärken die Ausschläge je nach der Phasenverschiebung. Bei den folgenden Zeichen werden immer größere Amplituden erreicht bis nach einiger Zeit Gleichgewicht herrscht, bei dem die maximalen Ausschläge den des direkten Schalles um ein Vielfaches übertreffen.

Für einige Aufnahmen wählten wir die Längsrichtung (Fig. 6, b, a). Die Änderung in der Aufstellung der Meßgeräte äußert sich bei den einzelnen Frequenzen ganz verschieden. Doch ergab sich dabei nichts, was allgemeineres Interesse hätte.

Ein Eigenton der Halle scheint 435/Sek. zu sein (Fig. 53).<sup>1)</sup> Die Ausschläge erreichen eine beträchtliche Größe und ein gewisser Gleichgewichtszustand hat sich bereits nach der zweiten Gruppe eingestellt. Hinzu kommt, daß das Abklingen jedesmal ungefähr bis zum selben Zustand erfolgt ist, wenn das neue Zeichen einsetzt. Dadurch wird eine auffällige Gleichförmigkeit gewährleistet. Diese Erscheinung hängt auch nur wenig von der örtlichen Aufstellung des Empfängers ab. Fig. 54 zeigt das übermäßige Dröhnen des Resonanztones mit ziemlich genau wiederkehrender Amplitudenkurve für die Aufstellung des Mikrofons an Platz d.

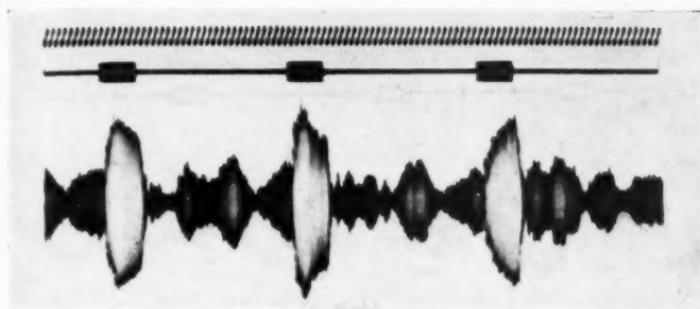
#### Zusammenfassung

In der vorliegenden Abhandlung werden die Untersuchungen der akustischen Eigenschaften von einigen Räumen beschrieben, die mit Hilfe der von W. Schindelin und E. Scharstein ausgearbeiteten Methoden vorgenommen wurden.

1. Der Ehrensaal des Deutschen Museums: Er hat einen ellipsenförmigen Grundriß und besaß eine sehr schlechte Akustik. Auf Grund der Versuche wurde ein einfaches Mittel zur Verbesserung angegeben, dessen Anwendung in jeder Hinsicht zufriedenstellend war.

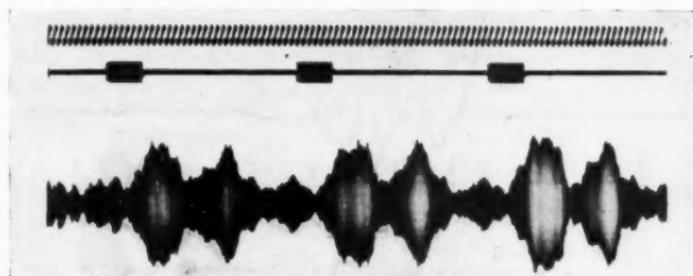
1) Der Oszillograph war in diesem Fall auf viel geringere Empfindlichkeit eingestellt als bei Aufnahme von Oszillogramm Fig. 52. Die Amplituden von Fig. 53 sind also tatsächlich viel größer als bei Fig. 52.

(Fortsetzung S. 1057)



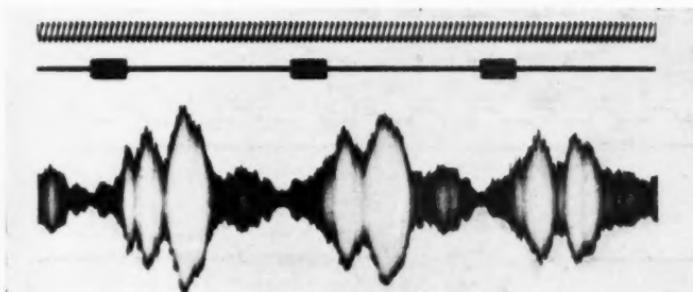
( $f = 445/\text{Sek.}$ )

Fig. 7



( $f = 445/\text{Sek.}$ )

Fig. 8



( $f = 445/\text{Sek.}$ )

Fig. 9

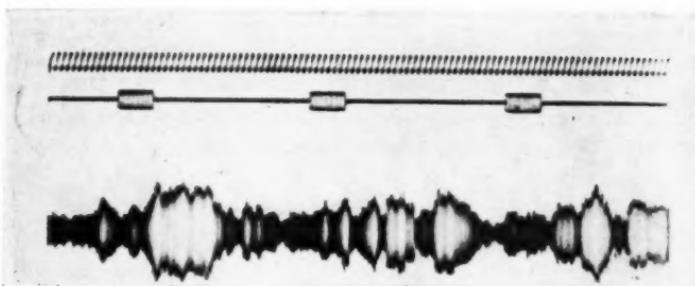


Fig. 10

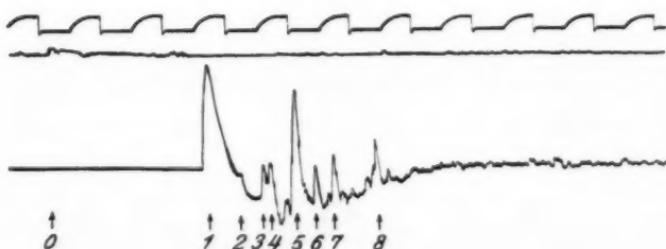


Fig. 11

Bei 0 Schuß

- 1 direkter Schall
- 2 Reflexion an der Rückwand
- 3 } Reflexion an den Seitenwänden
- 4 }
- 5 Reflexion an den Pfeilern zwischen den Fenstern
- 6 Reflexion an der Decke
- 7 Reflexion im Bogen über der Tür
- 8 Reflexion im Bogen über den Pfeilern

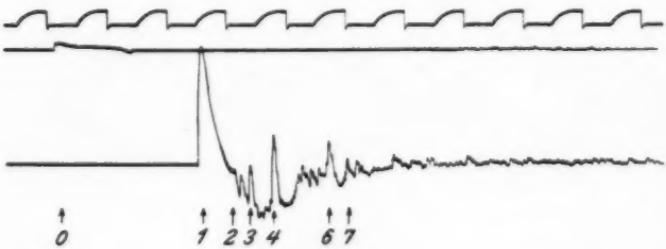
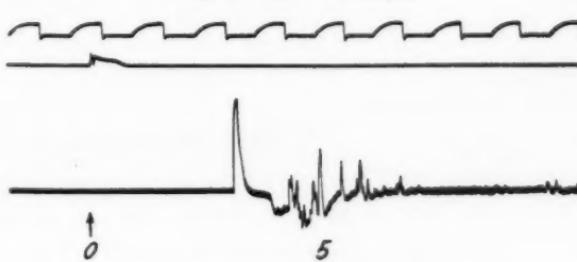
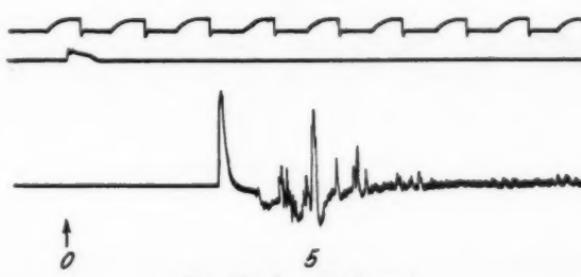
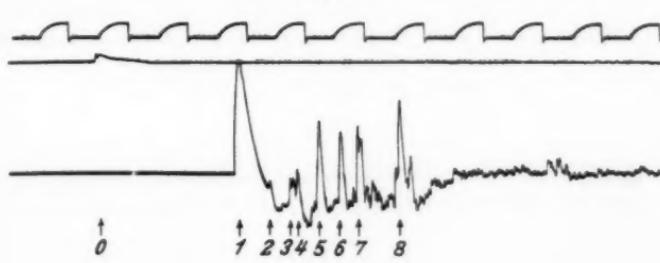
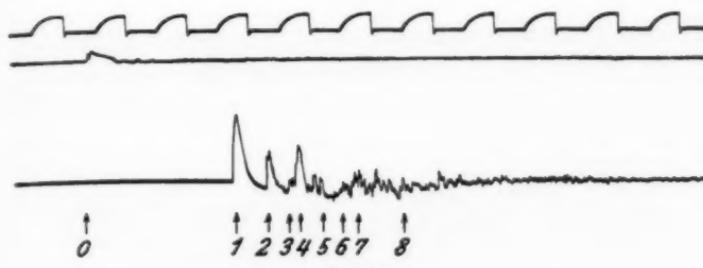
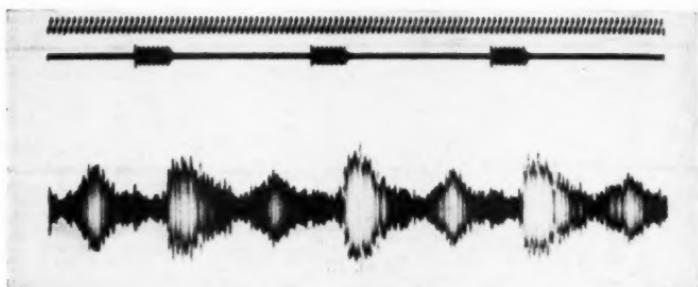


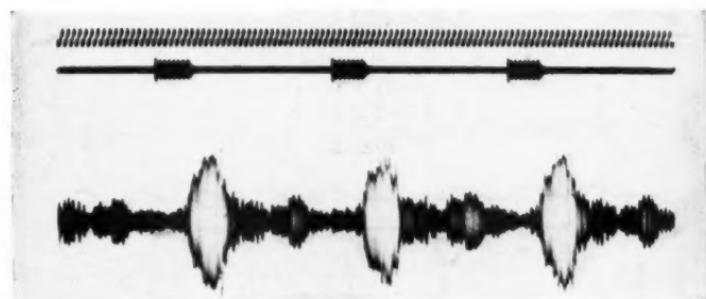
Fig. 12





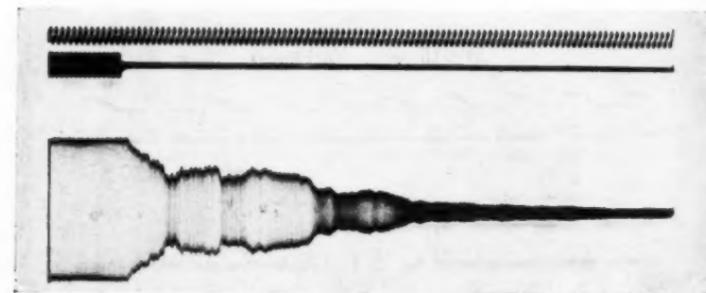
( $f = 488/\text{Sek.}$ , ohne Vorhänge) Bei dieser und der folgenden Aufnahme wurde der Lautsprecherton moduliert

Fig. 17



( $f = 488/\text{Sek.}$ , mit Vorhängen)

Fig. 18



(Nachhall  $f = 461/\text{Sek.}$ , ohne Vorhänge)

Fig. 19

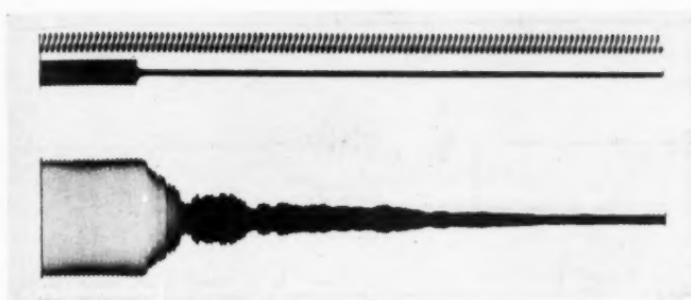
(Nachhall  $f = 461/\text{Sek.}$ , mit Vorhängen)

Fig. 20

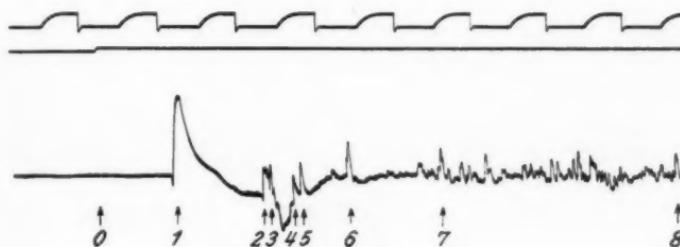
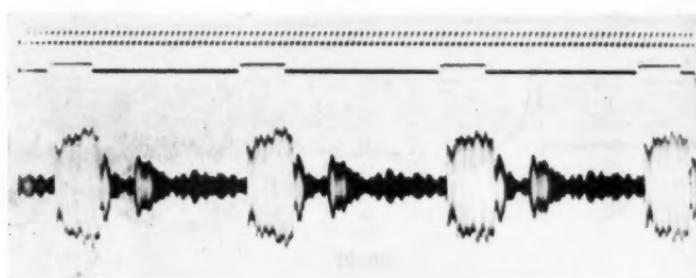
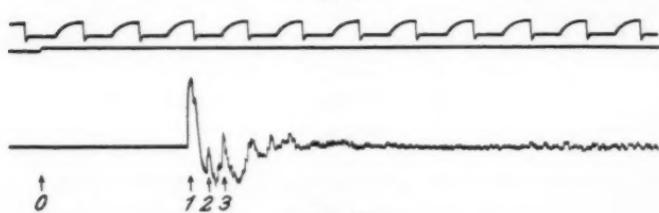
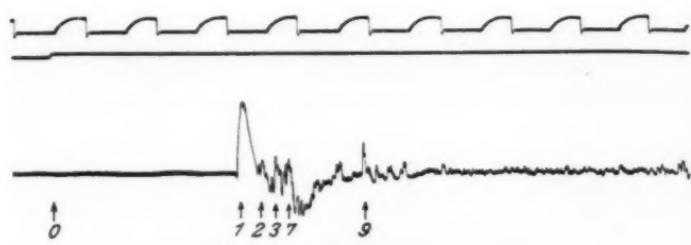


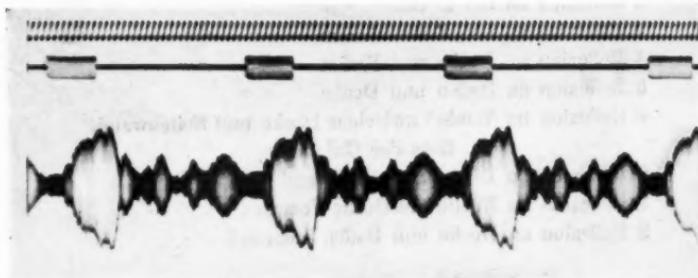
Fig. 21

Bei 0 Schuß

- 1 direkter Schall
- 2 Reflexion an der Decke
- 3 Reflexion an den Seitenwänden
- 4 Reflexion an Decke und Boden
- 5 Reflexion an Boden und Decke
- 6 Reflexion im Winkel zwischen Decke und Seitenwand,  
über der Galerie
- 7 Reflexion an Decke und Rückwand
- 8 Reflexion an Rückwand-Decke-Vorwand
- 9 Reflexion an Decke und Boden mehrfach



$f = 517/\text{Sek.}$



$f = 435/\text{Sek.}$

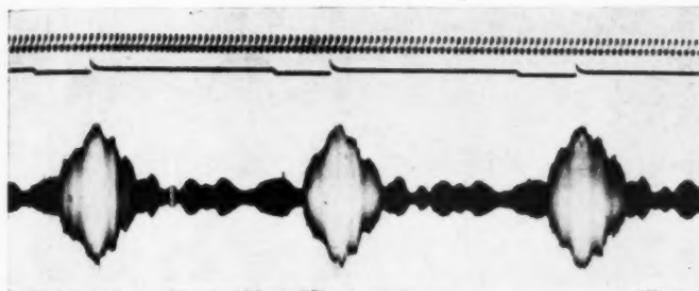
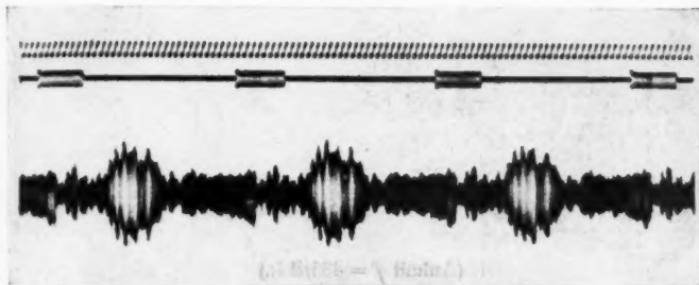


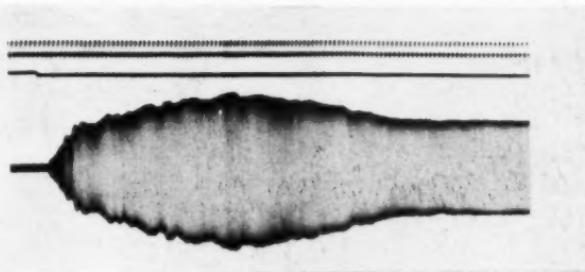
Fig. 26 ( $f = 517/\text{Sek.}$ )

Bei diesem und mehreren folgenden Oszillogrammen ist die Zeit, während der der Lautsprecher tönte, ausnahmsweise durch die Verschiebung der mittleren Linie nach unten gekennzeichnet



( $f = 410/\text{Sek.}$ )

Fig. 27



(Anhalt  $f = 435/\text{Sek.}$ )

Fig. 28

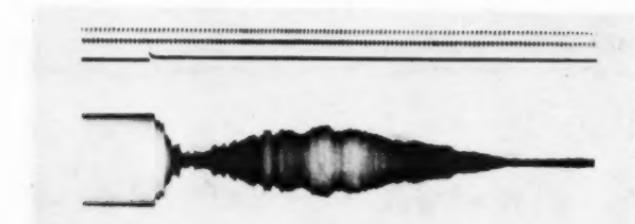
(Nachhall  $f = 435/\text{Sek.}$ )

Fig. 29

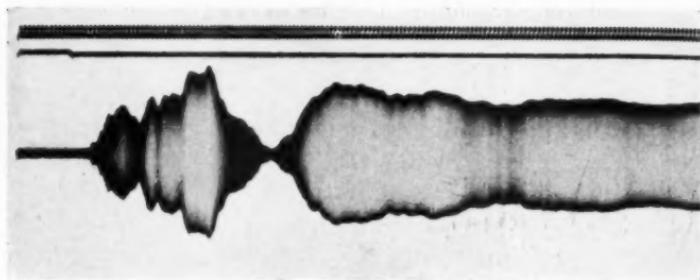
(Anhall  $f = 435/\text{Sek.}$ )

Fig. 30

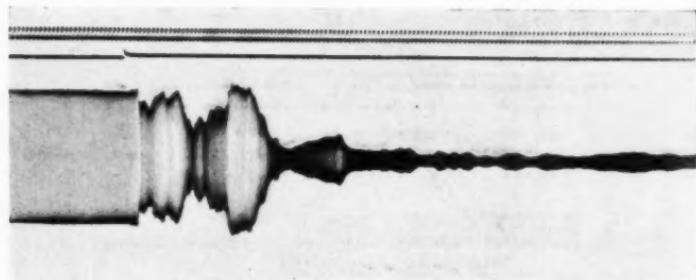
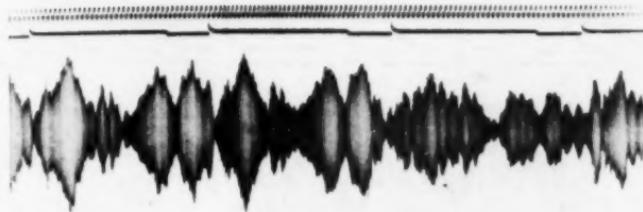
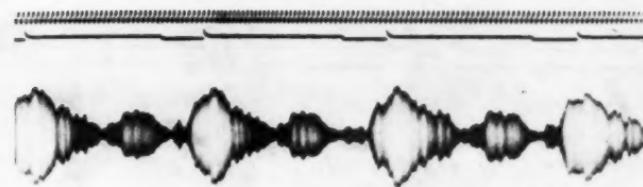
(Nachhall  $f = 435/\text{Sek.}$ )

Fig. 31



( $f = 517/\text{Sek.}$ )

Fig. 32



( $f = 517/\text{Sek.}$ )

Fig. 33

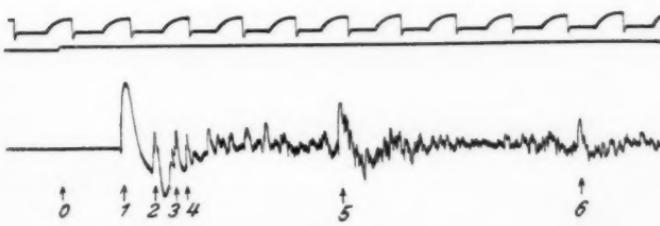


Fig. 34

Bei 0 Schuß

- 1 direkter Schall
- 2 Reflexion an den Seitenwänden
- 3 Reflexion an der Decke
- 4 Reflexion an der Rückwand
- 5 Einmaliger Hin- und Hergang des Schalles
- 6 Zweimaliger Hin- und Hergang des Schalles

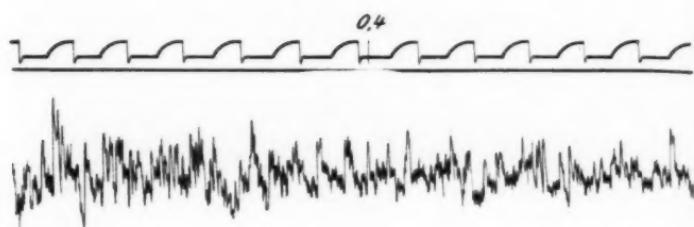


Fig. 35

Die Zahlen bei der Zeitmarke bezeichnen Sekunden nach dem Schuß,  
bzw. nach dem Ab- oder Umschalten des Senders

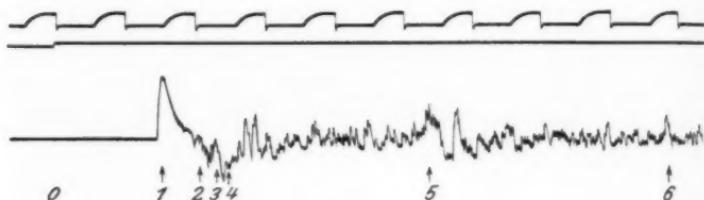
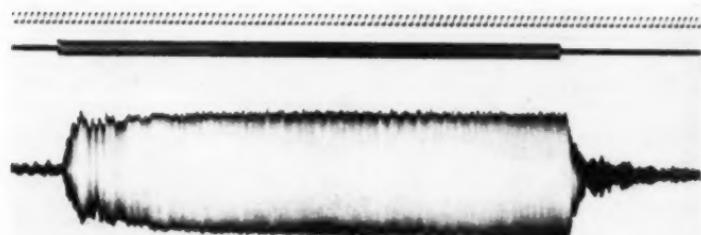


Fig. 36



( $f = 410/\text{Sek.}$ )

Fig. 37

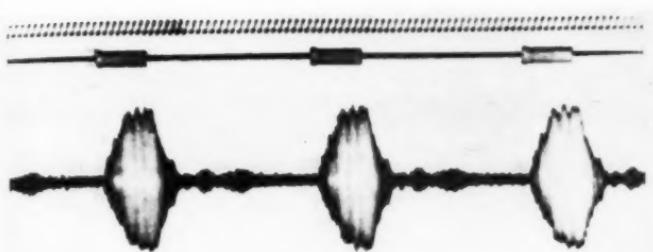
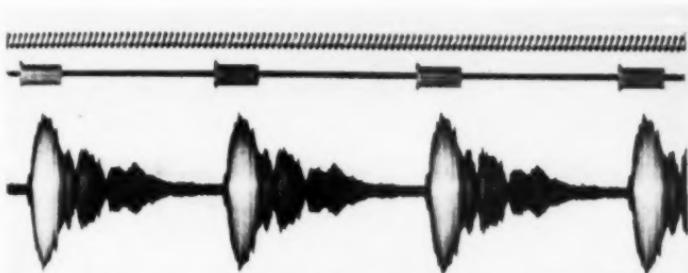
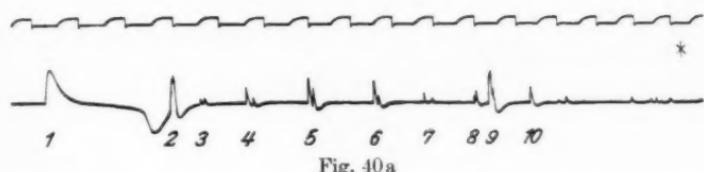
Fig. 38 ( $f = 410/\text{Sek.}$ )Fig. 39 ( $f = 517/\text{Sek.}$ )

Fig. 40a

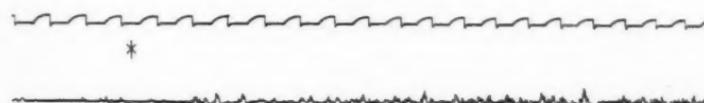


Fig. 40 b (Fortsetzung von 40a)

Bei 1 Schuß  
 2 Reflexion im ersten Bogen (Fig. 6)  
 3 Reflexion im Winkel bei 2  
 4 Reflexion im Winkel bei 3  
 5 Reflexion im Winkel bei 4  
 6 Reflexion im Winkel bei 5  
 7 Reflexion im Winkel bei 6  
 8 Reflexion an der gegenüberliegenden Wand  
 9 Reflexion im Winkel bei 7  
 10 Reflexion vom 3. Bogen über Wasserecke unterhalb b und zurück

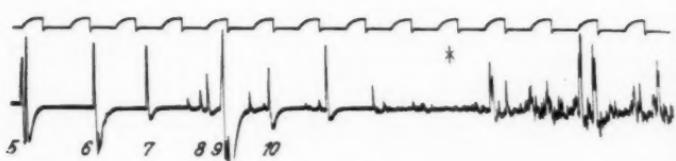


Fig. 41 a

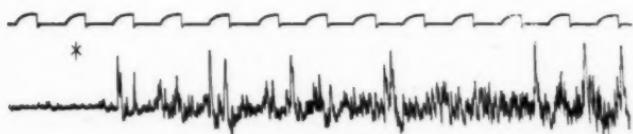
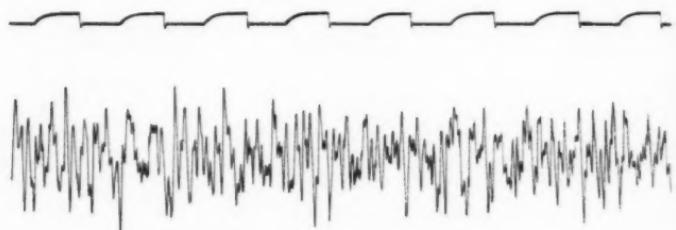


Fig. 41 b (Fortsetzung von 41 a)



(5 Sekunden nach dem Schuß)

Fig. 42



(8 Sekunden nach dem Schuß)

Fig. 43

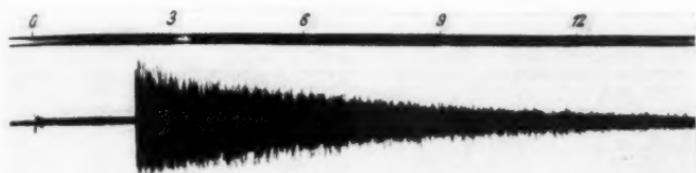
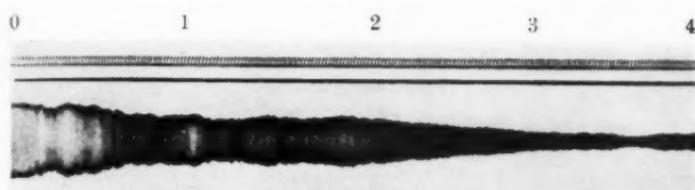
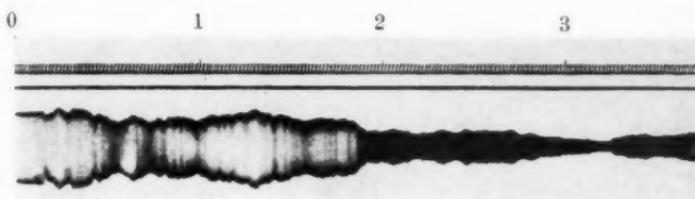


Fig. 44



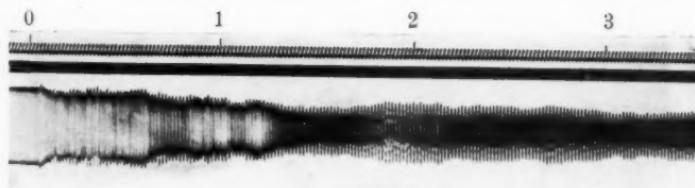
( $f = 387/\text{Sek.}$ )

Fig. 45



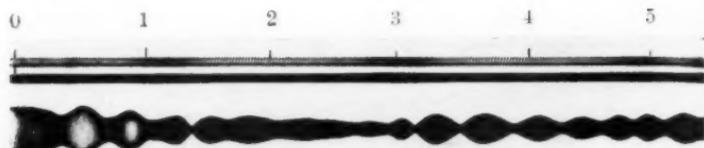
( $f = 517/\text{Sek.}$ )

Fig. 46



( $f = 560/517/\text{Sek.}$ )

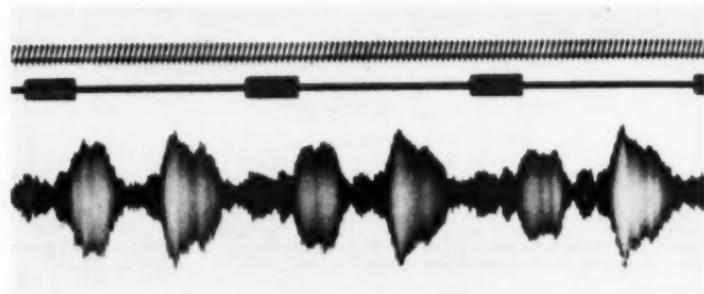
Fig. 47



( $f = 400\,390/\text{Sek.}$ )

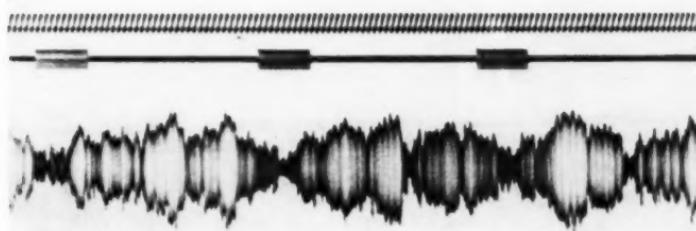
Fig. 48

Bei den Aufnahmen im Wasserschloß ist an der Zeitmarke teilweise ein ungleichmäßiger Ablauf des Filmstreifens festzustellen. Dies wurde durch starke Schwankungen der dem Oszillographenmotor zugeführten Spannung verursacht



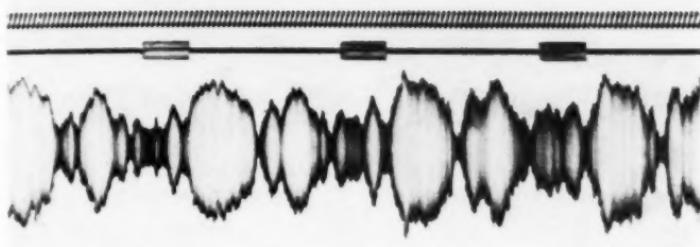
( $f = 345/\text{Sek.}$ )

Fig. 49



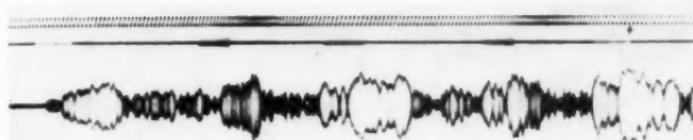
( $f = 517/\text{Sek.}$ )

Fig. 50



( $f = 580/\text{Sek.}$ )

Fig. 51



( $f = 460/\text{Sek.}$ )

Fig. 52a

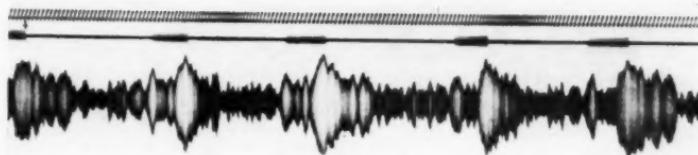
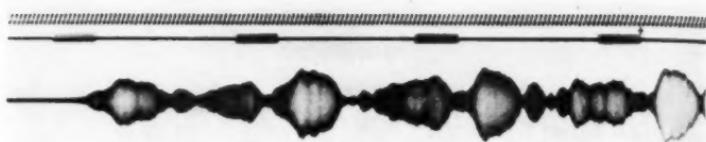


Fig. 52 b (Fortsetzung von 52a)



( $f = 435/\text{Sek.}$ )

Fig. 53 a

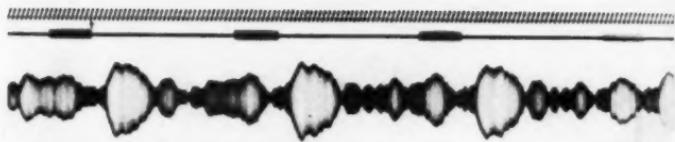
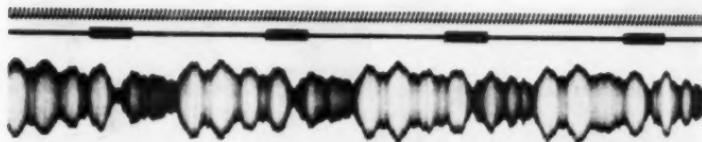


Fig. 53 b (Fortsetzung von 53 a)



( $f = 435/\text{Sek.}$ )

Fig. 54

2. Zwei Oberlichthörsäle in der Technischen Hochschule München von einer für Hörsäle sehr viel verwendeten Form. Bei dem einen von ihnen konnte die Änderung der Hörsamkeit mit dem Bauzustand verfolgt werden.

3. Das Wasserschloß des Walchenseekraftwerkes: Es ist ein seltener Extremfall, der infolge besonders geringer Dämpfung das Äußerste an schlechter Akustik darstellt.

Für die Anregung zu der Arbeit und die ständige Beratung bin ich Hrn. Prof. Dr. J. Zenneck zu Dank verpflichtet.

Die Durchführung der Versuche wurde durch die von der Notgemeinschaft der deutschen Wissenschaft zur Verfügung gestellten Mittel ermöglicht. Außerdem wurden einige von der Helmholtz-Gesellschaft seinerzeit überlassene Apparate verwendet. Den beiden Gesellschaften möchte ich auch an dieser Stelle meinen verbindlichsten Dank aussprechen.

Ebenso möchte ich für das Entgegenkommen des Hrn. Dr. Menge seitens der Direktion der Bayernwerk A.-G. und für die tatkräftige Unterstützung durch den Betriebsleiter Hrn. Diplomingenieur Bullmer bei den Messungen im Wasserschloß des Walchenseekraftwerkes bestens danken.

München, Physikalisches Institut der Technischen Hochschule.

(Eingegangen 20. Januar 1930)

---

***Beiträge zur Raumakustik<sup>1)</sup>*****Von Walter Kuntze**

(Mit 65 Figuren)

**Einleitung**

Unter den Störungen, die die Reflexionen in einem Raum hervorrufen, ist die bekannteste das Echo. Man spricht von einem solchen im allgemeinen dann, wenn die reflektierende Fläche so weit entfernt und infolge davon der Zeitabstand zwischen direktem und reflektiertem Schall so groß ist ( $> 1/10$  Sek.), daß direkter und reflektierter Schall im Gehör getrennt wahrgenommen werden.

Fälle, in denen solche Echos entstehen, sollen im folgenden nicht berücksichtigt werden.

**I. Örtliche Interferenzen****1. Begriff**

Sendet man in einen Raum *Dauerschall*, so stellt sich schließlich ein zeitlich stationärer Zustand ein; die Schallamplitude an irgendeinem Raumpunkt bleibt zeitlich konstant.

1) Gekürzte Doktordissertation der Technischen Hochschule München, eingereicht am 6. September 1929.

Vorliegende Arbeit wurde im physikalischen Institut der Technischen Hochschule auf Anregung und unter Leitung von Hrn. Prof. Dr. J. Zenneck angefertigt, dem ich für die ständige Beratung während der Ausführung bestens danke.

Zu Dank bin ich besonders auch der Notgemeinschaft der deutschen Wissenschaft verpflichtet für Mittel, durch die die Arbeit ermöglicht wurde, ebenso der Helmholtz-Gesellschaft: bei der Arbeit sind zum Teil Apparate verwendet worden, die die Helmholtz-Gesellschaft früher dem Institut zur Verfügung gestellt hatte.

Ebenso möchte ich an dieser Stelle Hrn. Prof. Baumgartner vom Telegraphentechnischen Reichsamt München für sein großes Entgegenkommen in verschiedenen technischen Fragen meinen Dank ausdrücken.

Die Versuche wurden zusammen mit W. Linck ausgeführt, auf dessen vorstehende Arbeit im folgenden öfters Bezug genommen ist.

Es bildet sich aber ein örtliches Interferenzfeld aus, in dem die Schallamplitude an den verschiedenen Raumpunkten die verschiedensten Werte annehmen kann.<sup>1)</sup>

## 2. Untersuchungsmethode

Um die Verteilung der Schallamplitude längs eines Weges zu messen, wurde zur Schallaufnahme ein Reißmikrophon verwendet. Dieses war an einem kleinen Fahrgestell aufgehängt, das entlang einer von zwei Stativen getragenen Stange von einem Motor in Verbindung mit einer Seiltrommel mit gleichförmiger Geschwindigkeit gezogen wurde.

Die Mikrophonspannungen wurden von einem dreistufigen Widerstandsverstärker verstärkt und dem Siemenschen Schleifenoszillographen zugeführt.<sup>2)</sup> Da sich dessen Trommel mit dem lichtempfindlichen Registrierpapier mit gleichförmiger Geschwindigkeit drehte, wurde die Schalldruckverteilung längs des Zugweges des Mikrofons auf dem Registrierstreifen aufgezeichnet. An der Zugtrommel war noch eine Kontaktstelle angebracht, die bei jeder Umdrehung einen Stromkreis über eine Oszillographenschleife schloß. Damit wurde der Maßstab des durchlaufenen Weges aufgezeichnet.

In den Diagrammen zeigt sich dieser Maßstab im oberen Kurvenzug. Jede neue Einschnürung des breiten Bandes oder kurze seitliche Verschiebung des dünnen Striches bedeuten 25 cm durchlaufenen Weges (vgl. z. B. Figg. 9 u. 10).

In den Rissen der untersuchten Räume sind die Zugwege die Verbindungslienien der eingezeichneten Punkte mit den Bezeichnungen  $m_n$  und  $m'_n$ . In den Diagrammen sind diese beiden Punkte ebenfalls in die Wegmarke eingezeichnet (vgl. z. B. Figg. 3 u. 9).

1) Das Auftreten solcher Interferenzen ist längst bekannt. W. C. Sabine hat die Interferenzverteilung bei Beharrungszustand des Schalles für verschiedene Räume angegeben. Vgl. W. C. Sabine, Collected Papers on Acoustics. S. 233. Cambridge 1923.

2) Es wurde die Apparatur verwendet, welche bereits von E. Scharstein und W. Schindelin für raumakustische Messungen im physikalischen Institut der Technischen Hochschule München entwickelt wurde. Eine ähnliche Apparatur verwandte E. Meyer zu Nachhallmessungen. Vgl. W. Schindelin, Beiträge zur Raumakustik, Ann. d. Phys. 5. S. 139. 1929; Erwin Meyer, Beiträge zur Untersuchung des Nachhalles, Elektr. Nachrichtentechnik 4. S. 135. 1927.

### 3. Einfache Fälle

Den eigentlichen Raumversuchen wurden noch einfache Fälle<sup>1)</sup> vorangestellt, die den Einfluß einzelner Wände auf die Schallverteilung zeigen sollten. Diese Versuchswände wurden aus handelsüblichen Gipsdielen in einem Holzgestell zusammengefügt und auf dem freien Institutsdache aufgestellt. Sie waren 3 m breit und 2 m hoch und es zeigte sich, daß sie den Schall vorzüglich reflektieren. Der Einfluß des Bodens wurde durch Belegen mit stark dämpfenden Stoffen unterdrückt.

Der einfachste Reflexionsfall ist die senkrechte Reflexion des Schalles an einer Einzelwand in der Anordnung von

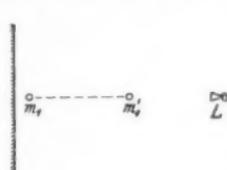


Fig. 1

Reflexion an einer Wand



Fig. 2

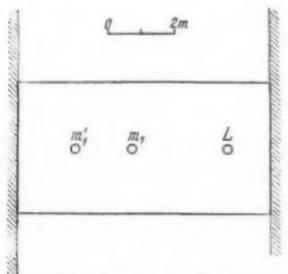
Fig. 1. Es bilden sich dabei stehende Wellen, deren Knotenabstand gleich einer halben Wellenlänge ist. Fig. 6 zeigt deren Verteilung zwischen den Stellen  $m_1$  und  $m'_1$ . Die Amplitudenkurve ist etwas ausgefranzt. Es röhrt dies von Erschütterungen des Mikrofons beim Durchzug her. In der Nähe der Wand, bei der Stelle  $m_1$ , wo direkter und reflektierter Schall von nahezu gleicher Stärke sind, findet an den Knoten ein fast vollkommenes Auslöschen des Schalldruckes statt. In der Nähe des Lautsprechers gegen die Stelle  $m'_1$  zu überwiegt dessen direkter Schall, so daß hier nur noch ein teilweises Auslöschen stattfindet.

1) Für einfache Fälle können die Interferenzfelder theoretisch berechnet werden. Vgl. Handb. d. Physik. H. Geiger u. Karl Scheel, Bd. 8. Akustik. Kap. 4. Ziff. 7.

Für Wasserwellen ist das Interferenzfeld für einfache Fälle experimentell bestimmt worden. Vgl. Ludwig Heck: Experimentelle Untersuchungen an Wasserwellen zwecks Herstellung von Analogien zu elektromagnetischen Strahlungsvorgängen. Jahrb. d. drahl. Tel. 34. S. 121. 1929. Die erhaltenen Ergebnisse können ohne weiteres auf akustische analoge Fälle übertragen werden.

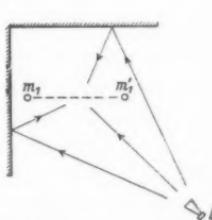
Stellt man die Apparate nach Fig. 2 so auf, daß sich direkter und reflektierter Schall senkrecht kreuzen, so erhält man eine Schallverteilung, wie sie Fig. 7 zeigt. Da der Zugweg in die Richtung des reflektierten Schalles fällt, so kann es nicht zur Ausbildung von ausgesprochenen Knoten kommen. Ähnliche Diagramme ergeben sich, wenn man die Schallverteilung längs Zugwegen untersucht, die parallel und senkrecht zum Wegstück  $m_1 m_1'$  liegen. Es ist eben in der ganzen Horizontalebene — und nicht nur in dieser — ein Interferenzfeld vorhanden, in dem Maxima und Minima der Druckamplitude verteilt sind.

Um von der Witterung unabhängig zu sein, wurde für die weiteren Versuche im Instituskeller ein Raum (Fig. 3)



Grundriß des Versuchsräumes

Fig. 3



Reflexion an zwei zueinander  
senkrechten Wänden

Fig. 4

abgegrenzt, der mit stark dämpfenden Stoffen verhängt werden konnte, und zwar nicht nur an den Seiten, sondern auch an der Decke und dem Fußboden. In diesem Raum wurde dann ein Reflexionsversuch zwischen parallelen Wänden durchgeführt. Zwei sich gegenüberliegende Wände — die von der Verbindungsgeraden  $m_1 m_1' L$  getroffenen — wurden unverhängt gelassen und als Reflexionswände benutzt. Den Aufbau dieses Raumes und die Apparateanordnung zeigt im Grundriß Fig. 3. Im Resonanzfalle, wenn der Wandabstand gleich einem ganzzahligen Vielfachen der halben Wellenlänge wird, erhält man dann ausgeprägte stehende Wellen, die für Untersuchungszwecke sehr geeignet sind. Fig. 9 zeigt solche ( $f = 435/\text{Sek.}$ ). Wenn sie nicht ganz so regelmäßig sind, wie die auf dem Dach gewonnenen, so ist dies wohl darauf zurückzuführen, daß

durch die Verhängung mit Stoffen unbeabsichtigte Reflexionen eben doch nicht ganz unterdrückt wurden. Geht man von der Resonanzfrequenz ( $f = 435/\text{Sek.}$ ) ab, so wird die regelmäßige Schallverteilung gestört; Fig. 10 gibt ein Bild davon, wie diese dann ungeregelter wird ( $f = 440/\text{Sek.}$ ).

Den Einfluß einer Saalecke auf die Schallverteilung zeigt Fig. 8. Die beiden Reflexionswände waren hier senkrecht zueinander gestellt. Die Versuchsanordnung zeigt im Grundriß Fig. 4. Hier treten ausgeprägte Maxima und Minima auf, deren Verteilung man auch ähnlich erhält, wenn man Zugwege untersucht, die zu dem eingezeichneten Weg  $m_1 m'_1$  parallel oder senkrecht liegen und deshalb das Interferenzfeld an anderen Stellen schneiden.

#### 4. Raumuntersuchungen

Schon die Versuche mit nur zwei reflektierenden Wänden zeigen wenig einfache Verhältnisse in der Gestaltung der örtlichen Interferenzen. Bei geschlossenen Räumen mit mehreren Wänden sind noch viel verwickeltere Erscheinungen zu erwarten; es ist auch von vornherein anzunehmen, daß sie ganz verschieden ausfallen je nach der Form des Raumes, dem Beobachtungsort im Raum und der Frequenz des Tones oder der Töne.

Die im folgenden beschriebenen Versuche, die in mehreren Räumen der verschiedensten Bauform und akustischen Verhältnisse durchgeführt wurden, hatten den Zweck, einen gewissen Überblick über die typischen Formen von örtlichen Interferenzen in Räumen zu geben.

#### Zusammenstellung der Versuche

A. Kleiner Oberlichthörsaal.<sup>1)</sup> Fig. 4 der vorstehenden Arbeit von W. Linck.

Der kleine Oberlichthörsaal wurde im Bauzustand untersucht. Er war hier von einfachster Form, von rechteckigem Grund und Aufriß. Die Decke bestand aus einem großen Oberlichtfenster, der Boden aus Beton. Die Wände waren glatt und verputzt. Infolge geringer Dämpfung war seine Hörksamkeit schlecht.

1) Eine genaue Untersuchung der Akustik dieses Raumes bringt die vorstehende Arbeit von W. Linck.

Ermittelte Interferenzbilder:

a) in der Längsrichtung zwischen  $m_1$  und  $m_1'$

Fig. 13 mit  $f = 460/\text{Sek.}$

Fig. 14 mit  $f = 920/\text{Sek.}$

b) in der Querrichtung zwischen  $m_2$  und  $m_2'$

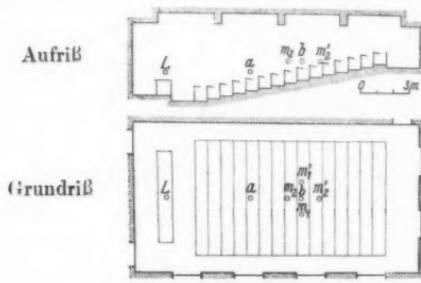
Fig. 15 mit  $f = 460/\text{Sek.}$

Fig. 16 mit  $f = 920/\text{Sek.}$

Das Mikrophon bewegte sich bei diesen Versuchen dicht über dem Fußboden.

B. Kleiner Physikhörsaal<sup>1)</sup> Fig. 5.

Der kleine Physikhörsaal ist ein Raum von guter Hörsamkeit. Er besitzt die normale Ausstattung von Hörsälen,



Kleiner Physikhörsaal

Fig. 5

ansteigende Bankreihen und eine Decke mit starken Unterzügen. Von den ermittelten Interferenzbildern seien nur diejenigen wiedergegeben, die in der Querrichtung entlang einer Bankreihe in Kopfhöhe zwischen  $m_1$  und  $m_1'$  aufgenommen wurden und zwar

Fig. 18 mit  $f = 1670/\text{Sek.}$

Fig. 19 mit  $f = 773/\text{Sek.}$

Fig. 20 mit  $f = 517/\text{Sek.}$

C. Ehrensaal des Deutschen Museums<sup>2)</sup> (W. Linck, a. a. O., Fig. 1).

Der architektonische Aufbau des Ehrensaals ist aus Grund- und Aufriß bei W. Linck zu erkennen. Seine Hörsamkeit war

1) Die Akustik des kleinen Physikhörsaals wurde schon von W. Schindelin untersucht. Vgl. Ann. d. Phys. 5, S. 148, 1929.

2) Über die Akustik des Ehrensaals. Vgl. W. Linck, a. a. O.

an den untersuchten Orten schlecht. Die gewonnenen Aufnahmen sind aus Durchzügen zwischen den angegebenen Punkten dicht über dem Fußboden gewonnen.

Ermittelte Interferenzbilder in der Längsrichtung zwischen  $m_1$  und  $m_1'$

Fig. 21 mit  $f = 517/\text{Sek.}$

Fig. 23 mit  $f = 488/\text{Sek.}$

### 5. Ergebnisse aus den Raumaufnahmen

Die gewonnenen Aufnahmen aus den verschiedensten Räumen ergeben alle eine ausgeprägte Ausbildung der örtlichen Interferenzen. Die Schallintensität zeigt große Unterschiede an den verschiedenen Orten, Druckmaxima und Druckminima wechseln miteinander ab. Der Einfluß der Frequenz äußert sich in einem Zusammenrücken der aufeinanderfolgenden Maxima bzw. Minima. Man erkennt dies gut aus den Aufnahmen im kleinen Oberlichthörsaal (Figg. 13, 14 u. 15, 16) und im kleinen Physikhörsaal (Figg. 18, 19, 20).

An einzelnen Stellen kann der Schall vollkommen oder fast vollkommen ausgelöscht sein. Solche Stellen stark geschwächten Schalles können eine größere Ausdehnung annehmen. In Fig. 20 ist eine solche Stelle mit  $a a'$  gekennzeichnet und besonders deutlich zu sehen. Ihre Ausdehnung von 25 cm Breite kann an der oben angebrachten Wegmarke ermessen werden.

Sendet man ein Tongemisch und nimmt man es an einer bestimmten Stelle des Raumes auf, so fallen diejenigen Töne des Gemisches ganz oder teilweise aus, die an der Aufnahmestelle ein Minimum haben. Besteht das Tongemisch z. B. aus 2 Tönen benachbarter Frequenz, so daß im allgemeinen Schwebungen oder Triller entstehen, so lassen sich durch Zuhalten eines Ohres leicht Stellen ermitteln, an denen der eine der beiden Teiltöne durch Interferenz ausgelöscht ist, so daß das Trillern verschwindet und statt dessen ein reiner Ton von konstanter Intensität zu hören ist.

Eine Aufnahme der örtlichen Interferenz eines solchen Trillertons, der mit den Frequenzen 488/Sek. und 517/Sek. gebildet war, zeigt Fig. 17 (Aufnahme aus dem kleinen Oberlichthörsaal zwischen  $m_1$  und  $m_1'$ ). An den Stellen  $a$  und  $b$ , an denen sich keine Modulation zeigt, fällt einer der beiden

Teiltöne aus. An der Stelle  $c$ , an der vollkommene Modulation stattfindet, sind beide nahezu gleich stark.

#### 6. Einfluß einzelner Wände

In einem Raum, dessen Wände vollkommen absorbieren, nicht reflektieren, müssen die Interferenzen naturgemäß verschwinden. Der schon oben beschriebene Versuchsraum im Institutskeller (Fig. 3) ergab mit  $f = 460/\text{Sek.}$  bei Verhängen aller Wände mit dämpfenden Stoffen eine Schallverteilung nach Fig. 11, an Stelle derjenigen von Fig. 12 bei unverhängten Stirnwänden. Daß die Schallverteilung auf dem Wege  $m_1 m_1'$ , mit wachsender Entfernung von der Schallquelle nicht einfach gleichmäßig abfällt, hat zweifellos seinen Grund darin, daß die Verhängung doch nicht ganz genügte, um Reflexionen der Wände des Fußbodens und der Decke vollkommen zu unterdrücken (vgl. das auf S. 1061 über Fig. 9 Gesagte).

Sobald Wände da sind, die merklich reflektieren, muß sich im allgemeinen ein Interferenzfeld ausbilden. Aus seiner Form auf die Hörsamkeit seines Raumes Schlüsse zu ziehen, ist kaum möglich. Man könnte daran denken, mit Hilfe von Interferenzfeldern festzustellen, ob eine bestimmte Wand für den Schalleindruck an einem Teil des Raumes einen erheblichen Einfluß hat vorausgesetzt, daß sie verhängbar ist. Es sind dann zwei Fälle möglich.

1. Das Interferenzbild wird nicht geändert, wenn die Wand verhängt wird. Dann röhren die störenden Reflexionen auch nicht von dieser Wand her. Sie sind an der Stelle, an der die Untersuchung durchgeführt wird, durch den Einfluß anderer Wandflächen bedingt, demgegenüber derjenige der untersuchten Wandfläche zurücktritt oder verschwindet.

2. Der andere häufigere Fall ist der, daß mit dem Dämpfen der reflektierenden Wand gewisse von ihr herrührende Interferenzen verschwinden und dadurch andere mehr hervortreten. Die Folge ist dann ein vollkommen verändertes Interferenzbild.

Als Beispiel sollen Aufnahmen im Ehrensaal des Deutschen Museums (W. Linck, a. a. O., Fig. 1), in dem das gesamte Fensterrondell verhängt werden konnte, wiedergegeben und zwar einerseits Figg. 21 und 22, andererseits Figg. 23 und 24.

Fig. 22 zeigt das Interferenzbild, wenn das Fensterrondell gedämpft ist, Fig. 21, wenn das Rondell ungedämpft reflektiert. Die übrigen Versuchsbedingungen (Zugweg  $m_1 m_1'$ ,  $f = 517/\text{Sek.}$ ) sind bei beiden Aufnahmen gleich. Beide Versuche ergeben nahezu die gleiche Intensitätsverteilung. Bei Ermittlung der Fig. 24 war das Fensterrondell ebenfalls gedämpft, im übrigen war bei den beiden Aufnahmen Figg. 23 (ungedämpft) und 24 die Versuchsbedingung die gleiche (Zugweg  $m_1 m_1'$ ,  $f = 488/\text{Sek.}$ ).

Aus dem ersten Figurenpaar würde man also schließen, daß das Rondell keinen, aus dem zweiten Figurenpaar, daß es einen verhältnismäßig großen Einfluß auf die Hörsamkeit an den betreffenden Stellen hat. Nun ist aber tatsächlich der Zugweg in beiden Fällen der gleiche  $m_1 m_1'$  gewesen, der Unterschied in den Ergebnissen der beiden Figurenpaare ist ein mehr oder weniger zufälliger Einfluß der verschiedenen Frequenzen. Man wird also aus den Figuren nur das entnehmen können, daß sich durch diese Methode kein Aufschluß über den Einfluß einer Wand auf die Hörsamkeit gewinnen läßt.

#### 7. Allgemeine Bedeutung der örtlichen Interferenzen

Die Störerscheinungen durch örtliche Interferenzen sind für die Sprache meist von geringer Bedeutung, da sie in diesem Fall wohl selten Zeit haben, sich voll auszubilden. Es ist in Sälen die Anhallzeit meist größer als die Dauer von gesprochenen Silben. Immerhin zeigen die auf S. 1069 besprochenen Erscheinungen, daß die örtlichen Interferenzen bei kurzen Tongruppen das Bild erheblich beeinflussen, obwohl sich kein stationärer Zustand ausbilden kann: die Ortsabhängigkeit der dort besprochenen zeitlichen Interferenzen ist ja nichts weiter als der Ausdruck dieses Einflusses.

In der Musik kommen jedoch Klänge langer Zeitspanne vor. Hier kann durch den Ausfall von Teiltönen sowie durch die Verschiebung ihres gegenseitigen Intensitätsverhältnisses die Klangfarbe stark beeinflußt und stark vom jeweiligen Ort des Hörers abhängig werden.<sup>1)</sup>

---

1) Vgl. auch H. Geiger u. Karl Scheel, Handb. d. Physik Bd. 8, Kap. 16; E. Michel, Raumakustik, Abschnitt c. Interferenz.

Auch in gedämpften Räumen für Mikrofonübertragungen können die örtlichen Interferenzen stören, da sie schon bei wenig reflektierenden Wänden sehr ausgeprägt entstehen können, wie die einfachen Versuchsfälle zeigten. Zudem ist in solchen Räumen eben wegen ihrer großen Dämpfung die Anhallzeit gering. Treten an einer Stelle solche Störungen stark auf, so genügt unter Umständen eine Veränderung des Standorts des Mikrofons, um sie zu vermeiden.

## II. Zeitliche Interferenzen

### 1. Begriff

Betrachtet man den Einfluß der nacheinander eintreffenden Reflexionen auf den direkten Schall und nach Aufhören desselben deren Nachwirkungen, so ergeben sich die zeitlichen Interferenzen.<sup>1)</sup> Sie äußern sich in einer zeitlichen Deformation des Schalldruckverlaufes an einem bestimmten Raumpunkt.

### 2. Versuchsmethode

Um die Erscheinungen der zeitlichen Interferenz zu untersuchen, wurde einem Lautsprecher ein Wechselstrom von Tonfrequenz über einen periodischen Unterbrecher zugeführt, so daß auf eine Schallsendung eine Schallpause folgte.<sup>2)</sup> Den Schallverlauf in einem Raumpunkt nimmt dann ein Reißmikro-

1) Zeitliche Interferenzen treten auch bei Anhall- und Nachhallmessungen mit reinen Tönen auf. Vgl. H. E. Hollmann, Räumliche Wiedergabe von Musik. Elektr. Nachrichtentechnik 4. S. 181. 1927; Erwin Meyer, Beiträge zur Untersuchung des Nachhalles. Elektr. Nachrichtentechnik 4. S. 135. 1927; F. Trendelenburg, Experimentalbeitrag zur Raumakustik. Wissenschaftl. Veröffentl. aus dem Siemenskonzern S. 276. 1927.

Eine zeichnerische Methode zur Verfolgung von Reflexionen bringt E. Michel in: Hörsamkeit großer Räume, Braunschweig 1921, dort auch Untersuchungen an Modellen von Baukörpern mit Wasserwellen, deren Ausbreitung photographiert wird.

Die Ausbreitung von Luftschall in Modellen untersucht nach der Toeplerschen Schlierenmethode W. C. Sabine, Collected papers on acoustics S. 236, Cambridge 1923.

2) Es ist dies die bereits von E. Scharstein und W. Schindelin verwendete Methode der Tonprüfung eines Raumes. Vgl. W. Schindelin, Beiträge zur Raumakustik, Ann. d. Phys. 5. S. 139. 1929.

phon auf in der schon oben beschriebenen Verbindung mit Widerstandsverstärker und Oszillograph.

Die Versuche wurden wieder in den oben beschriebenen Räumen durchgeführt. Die Stellung des Lautsprechers ist in den entsprechenden Figuren mit *L* bezeichnet, der jeweilige Stand des Mikrofons mit kleinen lateinischen Buchstaben. Zur Beschreibung der Ergebnisse werden die Messungen aus verschiedenen Sälen herangezogen. Aus den eingeklammerten Angaben können die Umstände, unter denen der Versuch vor sich ging, ersehen werden. So bedeutet z. B.: (Kleiner Physikhörsaal, *L*, *a* 773/Sek.) eine Aufnahme im kleinen Physikhörsaal mit einer Tonfrequenz von 773 Perioden/Sek.; der Lautsprecher stand bei *L*, das Mikrofon bei *a*.

Die vom Oszillographen aufgezeichneten Diagramme enthalten untereinander drei Kurvenzüge. Der obere Kurvenzug gibt die Zeitmarken wieder. Ein Stimmgabelunterbrecher von 50/Sek. markiert alle  $\frac{1}{50}$  Sek. eine Zacke. Der mittlere Kurvenzug ist der oszillographierte Lautsprecherstrom und zeigt demnach die Dauer von Schallsendung und Schallpause an. Der untere Kurvenzug gibt die oszillographierten, verstärkten Mikrophonspannungen und damit annähernd den zeitlichen Verlauf der Druckamplitude wieder.

### 3. Art der zeitlichen Beeinflussung

Ohne störende Wandreflexionen wird der Schallverlauf ein getreues Abbild des Lautsprechertones. Im Freien oder in stark gedämpften Räumen ist dies auch der Fall. Fig. 25 zeigt einen solchen oszillographierten Schallverlauf im gedämpften Versuchsraum (Fig. 3), der ein nahezu getreues Abbild des Stromverlaufs im Lautsprecher ist.

Im allgemeinen tritt jedoch in Räumen eine Verzerrung des direkten Schalles ein, sein Klangbild zeigt Deformationen. Diese Störungen des direkten Schalles sollen zunächst gezeigt werden. In den entsprechenden Diagrammen ist deshalb die Zeit, während der der direkte Schall am Hörort wirksam ist, durch zwei senkrechte Striche zwischen Pfeilen an einer Gruppe gekennzeichnet.

Nach Aufhören der Schallsendung verbleiben je nach der

Größe der Raumdämpfung abhängig von der Frequenz<sup>1)</sup> noch über eine gewisse Zeit Reflexionen bestehen, die den Effekt des Nachhallens bewirken. Auch deren Verlauf zeigt gewisse Eigenheiten, über die das Mikrophon Aufschluß gibt.

#### 4. Störungen des direkten Schalles

Der günstigste Fall ist der, daß die Reflexionen des direkten Schalles mit so geringem Gangunterschied und mit einer Phase eintreffen, daß sie ihn nur verstärken.

Fig. 38 (W. Linck, a. a. O.) [Kleiner Oberlichthörsaal ausgebaut<sup>2)</sup> L, a] zeigt diesen Fall. Die vom Empfangsmikrophon aufgezeichneten Gruppen zeigen nur eine geringe Verzerrung, aber durch die allmählich ankommenden Reflexionen eine bedeutende Verstärkung; die Pausen sind durch nachkommende Reflexionen nur wenig gestört.

Im allgemeinen erhält man aber starke Verzerrungen des zeitlichen Schallverlaufes. Die Wirkung einer einzelnen Wand genügt schon. Ein Reflexionsversuch mit einer der oben beschriebenen Versuchsgipswände auf dem Institutsdach läßt es gut erkennen. In der Anordnung Fig. 1 wurde das Mikrophon in einem ersten Versuch an einem Ort gestellt, an dem bei stationärer Schallsendung ein Knoten der stehenden Welle liegt. Sendet man dann unterbrochenen Lautsprecherschall, so erhält man einen zeitlichen Schallverlauf nach Fig. 26. Man erkennt gut, wie beim Eintreffen des reflektierten Schalles dieser mit dem direkten Schall zu einem Minimum interferiert, das nach Aufhören des direkten Schalles wieder verschwindet, weil dann nur noch der reflektierte Schall verblieben ist.

Stellt man dagegen das Mikrophon in einem zweiten Versuch an eine Stelle, an der bei stationärer Schallsendung ein Schwingungsbauch liegt, so ergibt sich mit unterbrochenem Lautsprecherschall ein zeitlicher Interferenzverlauf nach Fig. 27. Hier vergrößert sich die Schallamplitude nach Eintreffen der

1) Im allgemeinen werden hohe Frequenzen stärker gedämpft als tiefe. Dadurch wird die Zeit des Nachhallens mitbestimmt. Vgl. E. Meyer u. J. Just, Zur Messung von Nachhalldauer und Schallabsorption. Elektr. Nachrichtentechnik 5. S. 293. 1928. — Dämpfungs-werte vgl. H. Geiger u. K. Scheel, Handb. d. Physik VIII, S. 695 ff.

2) In diesem Bauzustand war ein schräg ansteigender Holzboden treppenförmig eingezogen (vgl. W. Linck, a. a. O. Fig. 4).

Wandreflexion, um sich nach dem Aufhören des direkten Schalles auf den Betrag der Amplitude des reflektierten Wellenzuges zu verkleinern. Aus diesen beiden Aufnahmen erkennt man, wie verschieden der Verlauf der zeitlichen Interferenzen an zwei Hörorten selbst in einem so extrem einfachen Fall ausfallen kann.

In einem Raum wirken nun eine ganze Reihe reflektierender Wandflächen zusammen. Wenn die Reflexion einer Einzelwand daraus vorherrscht, kann das Interferenzbild das Aussehen des Klangbildes des einfachen Falles der Reflexion mit nur einer Wand ähnlich Figg. 26 oder 27 annehmen. Fig. 28 zeigt einen solchen Fall. [Kleiner Oberlichthörsaal (W. Linck, a. a. O. Fig. 4),  $L, a, f = 650/\text{Sek.}$ ] Eine Kontrolle dieses Klangbildes mit der Zeitmarke ergibt, daß die Reflexion der Rückwand die plötzliche Verringerung der Schallamplitude bewirkt. Nach Aufhören des direkten Lautsprecherschalles verbleibt dann diese Reflexion noch bis zu ihrem Verschwinden für sich bestehen und es zeigt sich wieder eine vergrößerte Amplitude. Später treffen dann noch weitere Reflexionen geringerer Intensität ein. Es liegen hier ähnliche Verhältnisse zugrunde wie bei der Entstehung der Fig. 26. Selten kann jedoch so klar wie hier die störende Reflexion aus dem Klangbild erkannt werden.

Durch geeignete Zusammenwirkung einer oder mehrerer Reflexionen mit sehr kleiner Laufzeit kann der Fall eintreten, daß der direkte Schall nahezu vollkommen ausgelöscht wird, so daß erst die späteren Reflexionen aufgezeichnet werden. So zeigt Fig. 29 (Kleiner Physikhörsaal Fig. 5,  $L, b, f = 461/\text{Sek.}$ ) an Stelle des direkten Schalles nur eine schwache Andeutung desselben, während die dann folgenden, späteren Reflexionen mit aller Stärke eintreffen. Auch in Fig. 39 (Kleiner Physikhörsaal Fig. 5,  $L, a, f = 560/\text{Sek.}$ ) ist der direkte Schall weitgehend durch Interferenz zerstört.

Am häufigsten zeigt sich als Störung eine teilweise Verzerrung der Schallgruppe. Diese erscheint dann wie moduliert und durch verschiedene tiefe Einschnitte zerfetzt, je nach der Stärke der wirkenden Reflexionen. Deutlich gibt diesen Fall Fig. 30 wieder [Kleiner Oberlichthörsaal, ausgebaut<sup>1)</sup>,  $L, a, f = 614/\text{Sek.}$ ].

1) Vgl. Fußnote 2, S. 1069.

## 5. Spätreflexionen

Wenn der direkte Schall aussetzt, verbleiben noch dessen Reflexionen bis zum völligen Abklingen im Raum. Sie interferieren untereinander, wodurch je nach Frequenz und Raumort gewisse Eigenarten sich ausbilden. Dadurch kann es vorkommen, daß in einem Raum bei geeigneter Wahl von Ort und Frequenz keinerlei Nachklingen auftritt, weil sich die Reflexionen durch Interferenz auslöschen. Ein Beispiel dafür ist die schon obenerwähnte Fig. 38 (W. Linck, a. a. O.), in welcher fast nur die mit dem direkten Schall eintreffenden Reflexionen auftreten.

Wenn die Schallgruppe am Empfangsort vorwiegend durch Reflexionen gebildet wird, so daß die Wirkung des direkten Schalles dagegen zurücktritt, so behält sie ihre Größe bei, wenn die Schallpause des Lautsprechers beginnt, um dann erst allmählich abzuklingen. Fig. 31 (Kleiner Physikhörsaal  $L, a, f = 540/\text{Sek.}$ ) ist ein Beispiel für diesen Fall. Die Größe des direkten Schalles ist zu Anfang der Gruppe erkenntlich und durch zwei waagrechte Striche oberhalb und unterhalb der Nulllinie mit Pfeilen besonders hervorgehoben. Man erkennt gut den großen verstärkenden Anteil der Reflexionen an der Bildung der Gruppe.

Eine eigenartige Erscheinung ist die Bildung einer Art Echo durch Interferenz. Dieses ist an einer ganzen Reihe von Aufnahmen zu beobachten. Um ein eigentliches Echo, d. h. um eine Reflexion an einer weit entfernten Wand (vgl. S. 1058) kann es sich hierbei nicht handeln, da die Erscheinung auch in kleinen Räumen auftritt, in denen eine genügend weit entfernte Wand gar nicht vorhanden ist und eine starke Frequenzabhängigkeit besteht. Es handelt sich hierbei um eine Interferenzerscheinung infolge von mehrfachen Reflexionen. Mit dem Ohr kann man dieses „Echo“ gut wahrnehmen.

Ein Beispiel dafür ist Fig. 38 (Kleiner Physikhörsaal  $L, a, f = 560/\text{Sek.}$ ). Das Mikrofon war bei dieser Aufnahme gegen seine Aufstellung bei Aufnahmen der Fig. 39 unter sonst gleichen Verhältnissen um 20 cm seitlich verschoben. Die Gruppe ist gut ausgebildet, etwa  $\frac{1}{10}$  Sek. nach Beendigung des direkten Schalles ist das Echo zu hören. Fig. 39 zeigt dieses Echo nicht, obgleich der Standort des Mikrofons bei

dieser Aufnahme nur um 20 cm seitlich verschoben war; die spät ankommenden Reflexionen sind vorhanden, da aber zwischen ihnen und der direkten Gruppe das Intensitätsminimum von Fig. 38 fehlt, so äußern sie sich nicht als Echo, sondern einfach als ein längeres Hallen der Gruppe. Es handelt sich somit um eine Interferenzerscheinung, zumal das „Echo“ bei nur geringer Frequenzänderung nicht mehr auftritt. Die Aufnahmen Figg. 32 und 33 zeigen eine ähnliche Erscheinung.

#### 6. Raum mit geringer Dämpfung

Die bis jetzt gewonnenen Beispiele entstammen Räumen, die so weit gedämpft waren, daß der Schall bei Eintreffen einer neuen Schallgruppe praktisch vollkommen abgeklungen war. Deshalb wiederholt sich das Interferenzbild der einzelnen Gruppen in derselben Weise.

Ist dagegen der Raum noch bei Eintreffen einer neuen Schallgruppe mit Ton erfüllt, so werden die Interferenzbilder stark zerrissen und wiederholen sich im allgemeinen nicht. Der Schallverlauf für diesen Fall ist in W. Linck, a. a. O. Fig. 32 (Kleiner Oberlichthörsaal  $L, b, f = 517/\text{Sek.}$ ) beispielsweise wiedergegeben.

#### 7. Frequenzeinfluß

Jede Frequenz zeigt in ihrer Wirkung an einem betrachteten Ort ihr eigenes, durch Interferenz bestimmtes Klangbild. Dieses kann unter Umständen Eigenschaften vermuten lassen, die für den untersuchten Raum keine allgemeine Gültigkeit haben, sondern nur für diese eine Frequenz, für den betreffenden Ort, gelten.

#### 8. Ortseinfluß

Daß man an zwei verhältnismäßig weit entfernten Stellen eines Raumes verschiedene Klangbilder erhalten wird, ist von vornherein zu vermuten: Es sind ja in beiden Fällen die Abstände der reflektierenden Flächen ganz verschiedene. In W. Linck, a. a. O. Fig. 33 (Kleiner Oberlichthörsaal  $L, a, f = 517/\text{Sek.}$ ) besteht ein großer Unterschied im Charakter des Schallverlaufes gegenüber (Fig. 32) derselben Arbeit; das Mikrofon stand bei diesen Aufnahmen am Saalende (Fig. 32) und in

der Saalmitte (Fig. 33). Hier erhalten wir gut abgesetzte Gruppen entsprechend der Periode der Schallsendung, am Ende des Raumes dagegen einen ungeregelten, vollkommen verzerrten Verlauf des Schalles, trotz Wahl der gleichen Frequenz bei beiden Aufnahmen.

Es können aber auch schon bei Ortsveränderungen des Mikrofons um nur 20 cm, also etwa den Abstand der Ohren, gänzlich verschiedene zeitliche Interferenzen sich ergeben.

Dies zeigen z. B. Aufnahmen aus dem kleinen Physikhörsaal (Fig. 5). Am Platz *a*, also nicht sehr weit von der Schallquelle entfernt, wurden etwa im Abstand von 20 cm zwei Mikrofone so aufgestellt, daß ihre Verbindungsleitung senkrecht zur Richtung des direkten Schalles war und mit jedem der beiden Mikrofone bei der Frequenz 545/Sek. eine Aufnahme gemacht. Die beiden Aufnahmen Figg. 32 und 33 zeigen wohl Ähnlichkeit im Klangbild, das zusammen mit dem direkten Schall entsteht; die nach Aufhören desselben noch eintreffenden Reflexionen verlaufen jedoch an beiden Orten vollkommen verschieden.

Ebenfalls am Platz *a* sind im Abstand von 20 cm mit  $f = 560/\text{Sek.}$  die Klangbilder Figg. 38 und 39 ermittelt worden. Bei Vergleich beider fällt ihr vollkommen verschiedener zeitlicher Verlauf sofort ins Auge. Der direkte Schall ist, wie schon oben erwähnt, im Klangbild Fig. 39 durch Interferenz nahezu zerstört, im Klangbild Fig. 38 dagegen zeigt sich eine tadellose Wiedergabe der Schallgruppe.

#### 9. Serien- und Gegenschaltung der Eingangstransformatoren

Man kann die Aufzeichnungen der beiden Mikrofone überlagern, wenn man die Sekundären ihrer am Eingangsrohr des Verstärkers liegenden Eingangstransformatoren verbindet und gemeinsam wirken läßt. Dabei sind zwei Schaltungen möglich.

Schaltet man die Sekundären hintereinander, so addiert sich infolge geometrischer Addition der Sekundärspannungen die Wirkung gleichphasigen Schalles an den Mikrofonen. Um  $180^\circ$  verschobene Schallschwingungen subtrahieren sich dagegen in ihrer Wirkung. Die gemeinsame Wirkung der beiden Mikrofone besteht in einer verstärkten Aufzeichnung des

direkten Schalles sowie der symmetrischen Reflexionen, die wie der direkte Schall — die Verbindungsgeraden der beiden Mikrophone ist senkrecht zur Richtung des direkten Schalles gedreht — auf beide Mikrophone mit der gleichen Schwingungsphase auftreffen.

Bei Gegeneinanderschaltung schwächen sich die von gleichphasigen Schallschwingungen erregten Wechselspannungen, der direkte Schall sowie symmetrische Reflexionen kommen ganz oder teilweise in Fortfall.

Durch Anwendung dieser Schaltungen kann man unter Umständen die Art von Störungen ermitteln. So zeigt z. B. unter genau denselben Umständen, unter denen die Figg. 38 und 39 aufgenommen wurden, die Fig. 40 die gemeinsame, gleichzeitige Wirkung der zwei Mikrophone in Serienschaltung und Fig. 41 in Gegenschaltung. Durch Vergleich beider Aufnahmen läßt sich der Schluß ziehen, daß am Platz der beiden Mikrophone der direkte Schall von unsymmetrischen Reflexionen verstärkt wird, denn beide Schaltungen ergeben für ihn Klangbilder gleicher Art und Größe. (Bei Vorwiegen von symmetrischem Schall wäre das entstandene Klangbild bei der Gegenschaltung wesentlich kleiner.) Die während der Schallpause eintreffenden Reflexionen röhren dagegen vorzugsweise von symmetrischen Reflexionen her, denn sie werden bei der Gegenschaltung nicht aufgezeichnet, während die Serienschaltung ihr Vorhandensein kräftig zeigt.

Als weiteres Beispiel für die Verwendung dieser Schaltung sei noch eine Aufnahme aus dem großen physikalischen Hörsaal<sup>1)</sup> gezeigt. Die beiden Mikrophone standen symmetrisch in der Mitte der 7. Bankreihe in einem Abstand von 30 cm und der Lautsprecher in der Mitte des Experimentierstisches. Bei der Einzelaufnahme stand das Mikrophon in der Mitte der Doppelanordnung. Fig. 43 ( $f = 387/\text{Sek.}$ ) zeigt die Einzelaufnahme. Fig. 44 gibt die Wirkung der hintereinandergeschalteten Mikrophone wieder. Im wesentlichen zeigt sich dabei ein Klangbild ähnlich dem der Einzelaufnahme, nur er-

---

1) Eine Abbildung des großen physikalischen Hörsaales von amphitheatralischer Form findet sich in E. Scharstein, Beiträge zur Raumakustik, Ann. d. Phys. 5. S. 173 u. 174. 1929. Hier auch eine genaue Untersuchung der Akustik dieses Saales.

heblich verstärkt. Insbesondere hebt sich der direkte Schall stärker heraus. Bei der Gegenschaltung Fig. 45 sind der direkte Schall wie auch die starken Reflexionen nahezu ausgelöscht worden; was übrigbleibt, sind ganz schwache unregelmäßige Reflexionen, ein Zeichen, daß bei diesem Saal, wie ja auch seiner Form nach zu erwarten ist, die Schallausbreitung und Reflexion in radialer Richtung die entscheidende Rolle spielt, die seitlichen Reflexionen nur eine ganz untergeordnete.

#### 10. Vermeidung von Interferenzen

Die gezeigten Interferenzbilder geben einen guten Einblick, welche Verzerrungen auftreten, wenn ein reiner Ton Raumeinflüssen unterworfen wird. Da sie aber an verschiedenen Stellen für dieselben Frequenzen und bei verschiedenen Frequenzen für dieselbe Stelle ganz verschieden sind, so läßt sich daraus schwer ein Urteil über die Hörsamkeit des Raumes ableiten. Zu diesem Zwecke würde es günstig sein, die starke Frequenzabhängigkeit<sup>1)</sup> des Klangbildes, welche im wesentlichen durch zeitliche Interferenzen bedingt ist, möglichst unschädlich zu machen.

Einen schon mehrfach begangenen Weg dazu bildet die Sendung eines Klanggemisches<sup>2)</sup> an Stelle eines reinen Tones. Untersucht man die örtliche Verteilung der Schallintensität,

1) Eine gewisse Frequenzabhängigkeit wird immer bleiben, da die Dämpfungswerte schallabsorbierender Körper frequenzabhängig sind; vgl. Fußnote 1, S. 1069.

2) Die Methode, ein Klanggemisch zu verwenden, um Interferenzen auszuschalten, ist nicht neu. Vgl. E. Meyer u. J. Just, Zur Messung von Nachhalldauer und Schallabsorption, Elektr. Nachrichtentechnik 5. S. 294. 1928. Das von beiden Autoren verwendete Klanggemisch bestand aus einem Mittelton mit Seitenfrequenzbändern. Es wurde erzeugt, indem bei einem Überlagerungssummen die Kapazität des einen Hochfrequenzschwingungskreises periodisch geändert wurde.

Um die Interferenzen bei der Messung von Schallabsorption zu vermeiden, geben A. H. Davis u. T. S. Littler drei Methoden an:

1. Mittelwertbildung aus Ergebnissen bei verschiedener Stellung des Mikrofons;
2. ein in der Schallrichtung pendelndes Mikrofon;
3. periodische Änderung der Frequenz.

Vgl. The Transmission of Sound through Partitions, Phil. Mag. 7. S. 1050. 1929.

so zeigt sich, daß die auftretenden Schallminima und Schallmaxima gegeneinander schon dann geringere Unterschiede aufweisen, wenn man statt eines reinen Tones zwei benachbarte Töne sendet, wie Fig. 17 zeigt (vgl. S. 1064). Es hat dies seinen Grund darin, daß die örtlichen Interferenzen sich bei verschiedenen Frequenzen anders verteilen und daß insbesondere die Maxima und Minima bei den beiden Frequenzen dann nicht mehr zusammenfallen.

Bei Senden eines Klanggemisches bildet sich im allgemeinen eine sehr gleichmäßige Schallverteilung aus. Fig. 47 ist z. B. eine Aufnahme aus dem kleinen physikalischen Hörsaal (Fig. 5), zwischen den Stellen  $m_1$ ,  $m_1'$  und der Grundfrequenz 220/Sek. Vergleicht man sie mit den Aufnahmen Figg. 18, 19 und 20, die an derselben Stelle, aber mit reinen Tönen gemacht wurden und starke Maxima und Minima zeigen, so fällt der Unterschied in die Augen.

In einfacher Weise wurde dieses Klanggemisch erzeugt, indem die Membran des Lautsprechers dem mit Tonfrequenz erregten Magneten so weit genähert wurde, bis sie anschlug. Dem durch die erregende Frequenz bestimmten Grundton wurde damit ein weiteres Frequenzgemisch überlagert und man hörte einen Ton verbunden mit einem scharrenden Geräusch. Als günstig erwies es sich dabei, den Trichter vom Lautsprecher abzunehmen. Die Schwingungsform dieses „Schnarr“tones zeigt Fig. 46. (Der obere Kurvenzug zeigt die Zeitmarken der 50 Perioden-Stimmgabel.)

Sendet man mit diesem „Schnarr“ton Gruppen, so erhält man Klangbilder, bei denen die zeitlichen Interferenzen weitgehend verdeckt sind. Eine Aufnahmeserie aus dem kleinen Physikhörsaal sei als Beispiel gezeigt. Der Lautsprecher stand dabei wieder bei  $L$  (Fig. 5) und das Mikrophon ebenfalls an den bei den vorhergegangenen Versuchen untersuchten Plätzen.

#### Zusammenstellung der Aufnahmen:

Fig. 48	Mikrophon an Platz a	Grundfrequenz	220/Sek.
„ 49	“ “ “ a	”	390/Sek.
„ 50	“ “ “ b	”	220/Sek.
„ 51	“ “ “ b	”	390/Sek.

Sieht man von Einzelheiten ab, so zeigen alle Aufnahmen ein im Charakter ähnliches Klangbild, aus welchem man er-

kennen kann, daß eine Tongruppe etwa doppelt so lange Zeit gehört wird, als sie der Lautsprecher sendet. Der Einfluß des Ortes (vgl. Figg. 48 und 50 bzw. Figg. 49 und 51) sowohl als auch der Einfluß der Frequenz (vgl. Figg. 48 und 49, bzw. Figg. 50 und 51) ist nur mehr ein geringer, ganz im Gegensatz zu den bereits gezeigten Aufnahmen mit reinen Tönen. Immerhin ist die Methode in dieser Form noch nicht das, was man haben möchte.

Viel deutlichere Ergebnisse erhält man, wenn man den Anodenstrom der Endröhre gleichrichtet und ihn noch durch eine vor die Oszillographenschleife geschaltete Kombination von Ohmschen Widerstand, Induktivität und Kapazität (vgl. Fig. 65) sendet.<sup>1)</sup> Ohne diese Anordnung folgt die Oszillographenschleife allen Teilschwingungen, was man aus der verschieden hellen Färbung einzelner Teile der Klangfiguren (Figg. 48—51) schließen kann. (Vgl. daraufhin besonders die in Kap. 3 durchgeführte Untersuchung S. 1082). Nun liefern aber alle Teilschwingungen infolge der Zeitkonstante des vorgesetzten Kreises Beiträge zur Höhe des Amplitudenverlaufs. Dieser gibt einen guten Aufschluß über den Schallverlauf an einer untersuchten Stelle im Raum und damit auch über die Hörksamkeit.<sup>2)</sup>

Einige Beispiele aus dem kleinen Physikhörsaal Fig. 5 sollen dies zeigen. Wahl von Frequenz und Ort bei den Aufnahmen 52—56 wie oben bei Figg. 47—51.

#### *Zusammenstellung der Aufnahmen*

Fig. 52	Querzug von $m_1$ nach $m_1'$ mit Grundfrequenz = 220/Sek.				
„ 53	Mikrophon an Platz a	Grundfrequenz	220/Sek.		
„ 54	“ “ “ a	“	390/Sek.		
„ 55	“ “ “ b	“	220/Sek.		
„ 56	“ “ “ b	“	390/Sek.		

1) Vgl. S. 1093.

2) Für diese Untersuchungsmethode läßt sich jedes registrierende Galvanometer verwenden, wenn nur seine Zeitkonstante groß gegen die Zeitspanne der Grundfrequenz des „Schnarr“tones ist. Die obere Grenze der Zeitkonstante bestimmt sich durch die verlangte Genauigkeit bei der Trennung von Schallvorgängen. Somit erhält man einen sehr einfachen für viele Untersuchungen brauchbaren Schallempfänger.

Die Verzerrung, die die Röhrencharakteristik bei Gleichrichtung auf den Amplitudenverlauf ausübt<sup>1)</sup>, wurde auf Grund der Gleichricht-Charakteristik durch Umzeichnung korrigiert, so daß in Fig. 52 der unterhalb des oszillographierten Linienzuges befindliche eingezeichnete Linienzug die Schallverteilung zwischen den Orten  $m_1$  und  $m_1'$  zeigt. Diese ist sehr gleichmäßig ausgebildet und zeigt nur geringe Verschiedenheiten in der Höhe der Amplitudenverteilung.

Die gewonnenen Klangbilder (Figg. 53—56) bei Sendung von Schallgruppen sind entzerrt jeweils unter der ersten Gruppe in das Oszillogramm eingezeichnet. Ihre große Ähnlichkeit untereinander ist auffallend. Es entspricht dies der gleichmäßigen Hörsamkeit dieses Raumes.

#### 11. Schlußbetrachtung

Die vorliegenden Untersuchungen haben gezeigt, daß die Wandreflexionen, die neben dem direkten Schall zu einem Zuhörer gelangen, durch Interferenz einen großen Einfluß auf den zeitlichen Verlauf des Klangbildes ausüben.<sup>2)</sup> Dabei besteht eine große Abhängigkeit dieser Erscheinungen von der gewählten Frequenz und dem Ort. Wird demnach ein Klanggemisch gesandt, so wird das Verhältnis des Verlaufs der Intensität der Teiltöne an jedem Ort des Raumes ein anderes sein und somit dessen Klangfarbe auch einen verschiedenen Charakter bekommen.

Die durch die zeitlichen Interferenzen bewirkten Verzerrungen im Verlauf des Klangbildes können durch den Ausfall wichtiger Teiltöne oder auch übermäßige Verstärkung ein-

1) Der von der Oszillographenschleife aufgezeichnete Linienzug änderte sich bei der gewählten Gittervorspannung nahezu quadratisch mit der dem Gitter der Gleichrichteröhre aufgedrückten effektiven Wechselspannung.

2) Mit den zeitlichen Interferenzen ist gleichzeitig eine Änderung der Phase verbunden. Nun verlaufen die Interferenzen selbst an zwei im Ohrenabstand sich befindlichen Stellen verschieden, so daß damit auch ein dauernder Wechsel der gegenseitigen Phase verbunden ist, was bei einem Hörer einen dauernd wechselnden Richtungseindruck hervorruft. Sicherlich wirkt dies mit bei der Empfindung, die man als Halleneffekt bezeichnet. Über Richtungshören vgl. H. Geiger u. K. Scheel, Handb. d. Phys. VIII, Kap. 11 f. S. 538ff. Dort auch Literaturangaben.

zelner Teiltöne zu schlechter Verständlichkeit Anlaß geben. Dies tritt naturgemäß besonders dann ein, wenn konkave Flächen Reflexionen mit geringem Gangunterschied am Hörort stark konzentrieren, ohne daß eigentliche Echos entstehen: man hört dann wohl die Gruppen gut abgesetzt, aber die Gruppe klingt verzerrt.

Durch die nach dem Aussetzen des direkten Schalles noch verbleibenden Reflexionen (in der Literatur viel als Nachhall schlechthin bezeichnet) entstehen neue Interferenzen mit dem nachfolgenden direkten Schall. Hierdurch kann wiederum die Klangfarbe beeinflußt werden oder die Verständlichkeit der Sprache leiden.

### III. Zur Rolle des zweiohrigen Hörens in der Raumakustik

Sendet man in einem Raum die Tongruppen, die zu den Ermittlungen der zeitlichen Interferenzen geführt haben, und hört sie mit beiden Ohren ab, so entsteht kein Gehöreindruck, wie er auf Grund der über ein Einzelmikrophon erhaltenen Oszillogramme zu vermuten wäre.<sup>1)</sup> Man hört besser, als nach dem Oszillogramm zu erwarten ist.

Hört man dagegen den Schallverlauf über ein Mikrophon in Verbindung mit einem Telephonhörer ab, so erhält man einen Gehöreindruck, der dem Verlauf des Oszillogramms durchaus entspricht.<sup>2)</sup> Das trifft auch zu, wenn man ein Ohr schließt.

Diese Tatsache bedeutet, daß man bei der Übertragung von Musik oder Sprache aus irgendeinem Raum durch ein Mikrophon niemals den Eindruck wiedergeben kann, den eine Person an der betreffenden Stelle empfindet.<sup>3)</sup>

Nun zeigen die Versuche über örtliche und zeitliche Interferenzen, daß der Schallverlauf schon an zwei Stellen, deren Entfernung etwa gleich dem Ohrenabstand (etwa 20 cm)

1) Vgl. auch E. Meyer, Beitr. z. Unters. d. Nachhalls. Elektr. Nachrichtentechnik 4. S. 137. 1927.

2) E. Scharstein, Beitr. z. Raumakustik, Ann. d. Phys. 5. S. 137, 178. 1929.

3) H. C. Steidle, Vortragskunst und große Musik in elektrischer Übertragung durch Fernsprecher. Elektrische Nachrichtentechnik 2. S. 309. 1925.

ist, meist völlig verschieden ist. Die örtlichen und zeitlichen Minima fallen an zwei solchen Stellen und damit auch an beiden Ohren im allgemeinen nicht zusammen.<sup>1)</sup>

Es liegt nahe, die Verhältnisse, wie sie beim zweiohrigen Hören vorliegen, dadurch zu ermitteln, daß man zwei Mikrophone im Ohrenabstand aufstellt, sie hintereinander schaltet und so gemeinsam wirken läßt. Im Versuch wurde dies in einfacher Weise durch Hintereinanderschaltung der Sekundärwicklungen der beiden Eingangstransformatoren bewerkstelligt. Tatsächlich erhält man durch diese Schaltung keine Annäherung des Oszillogramms an den Gehöreindruck. Denn es treten hierbei Interferenzen auf, die beim zweiohrigen Hören nicht vorhanden sind und die von der elektrischen Wirkungsweise dieser Schaltung herrühren (geometrische Addition der Sekundärwechselspannungen). Der große Unterschied zwischen dem Schallempfänger mit zwei hintereinandergeschalteten Mikrofonen und dem Hören mit zwei Ohren ist der, daß der Intensitätseindruck im Gehör unabhängig von der gegenseitigen Phase des Schalldrucks an beiden Ohren ist. Die Eindrücke an beiden Ohren superponieren sich, ohne an Interferenz erinnernde Erscheinungen zu bewirken.

Ein einfacher Versuch zeigt dies. Man führt zwei Telephonhörern Wechselstrom zu in einer Schaltung, die die Stromrichtung in dem einen Hörer zu vertauschen gestattet. Es ist dann keinerlei Änderung des Intensitätseindrucks im Gehör zu bemerken, wenn man beim Abhören mit beiden Ohren eine einseitige Kommutierung, d. h. einen Phasenwechsel um  $180^\circ$  durchführt.

Um zunächst die Verhältnisse bei örtlichen Interferenzen zu untersuchen, so wie sie beim Hören und bei Mikrophoneaufnahmen bestehen, wurden zur Erzielung von möglichst einfachen und übersichtlichen Versuchsbedingungen stehende Wellen zwischen zwei parallelen Wänden in dem obenerwähnten Versuchsräum (Fig. 3) durch Wahl einer Resonanzfrequenz ( $f = 435$  / Sek.) gebildet. Ihre Viertelwellenlänge, also der Abstand eines Schwingungsbauches von einem Schwingungs-

---

1) Vgl. die im Ohrenabstand gewonnenen Klangbilder, Figg. 32, 33; 38, 39, sowie die Oszillogramme über örtliche Interferenzen.

knoten ist etwa dem Ohrenabstand (etwa 20 cm) gleich. Die Schwingungen besitzen zu beiden Seiten eines Schwingungsknotens eine zeitliche Phasenverschiebung von  $180^\circ$ .

Wenn man den Kopf quer durch diese stehende Welle bewegt, so hört man, wenn man das eine Ohr verschließt, mit dem andern abwechselnd Stellen großer Lautstärke und solche, an denen der Ton fast vollkommen verschwindet. Ein einzelnes Mikrophon, quer durch dieses Schallfeld gezogen, zeichnet die Schallverteilung auf seinem Wege auf. Diese besitzt entsprechend dem Eindruck mit *einem* Ohr die Form einer stehenden Welle, von nahezu regelmäßigem Verlauf mit ausgeprägten Knoten und Bäuchen, so wie es Fig. 57 zeigt.

Wenn man mit beiden Ohren hört, so läßt sich keine Stelle mehr finden, an der alle zwei Ohren gleichzeitig in einem Schwingungsknoten stehen können. Denn selbst dann, wenn ein Ohr in einem Schwingungsknoten steht, befindet sich bei der gewählten Wellenlänge das andere gerade in einem Schwingungsbauch, so daß zumindest ein Ohr einen Schalleindruck kräftiger Intensität empfängt.

Zieht man zwei Mikrophone, deren Abstand etwa gleich dem Ohrenabstand (20 cm) genommen wird, gemeinsam durch die stehende Welle und schaltet sie hintereinander, so erhält man dadurch keinen Empfänger, der den Intensitätseindruck, wie ihn die beiden Ohren gemeinsam aufnehmen, wiedergibt. Das auf diese Weise erhaltene Oszillogramm Fig. 58 zeigt äußerlich kaum einen Unterschied gegen das Oszillogramm Fig. 57, das mit *einem* Mikrophon gewonnen wurde. Nur sind die hier sich zeigenden „Knotenpunkte“ keine Stellen, an denen in der stehenden Schallwelle Knoten sich befinden, sondern sie sind bedingt durch die elektrische Wirkungsweise der beiden hintereinandergeschalteten Mikrophone, die die aufgenommenen Schallschwingungen geometrisch, d. h. phasenabhängig addieren. Immer wenn die Mikrophone an zwei Stellen stehen, an denen die Schallamplituden von gleicher Größe, die Schwingungsphase dagegen um  $180^\circ$  verschieden ist, kommt ein solcher Knoten im Oszillogramm zustande. So bilden sich Interferenzen, die beim zweiohrigen Hören, bei dem die beiden Intensitätseindrücke superponiert werden, nicht vorhanden sind.

Um nun einen Schallempfänger für zwei Mikrophone zu erhalten, der in analoger Weise wie das zweiohrige Hören unabhängig von der Phase den Intensitätseindruck an beiden Mikrofonen superponiert, wurde jedes Mikrofon an einen eigenen Verstärker angeschlossen und dessen Endrohr durch negative Gittervorspannung als Gleichrichter geschaltet. Die den beiden Endrohren entnommenen Anodenströme wurden gemeinsam über die Oszillographenschleife geführt.

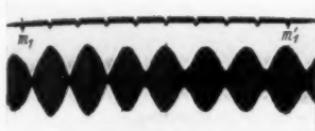
Das mit dieser Anordnung erhaltene Diagramm gibt Fig. 59 wieder. Man erkennt daraus die mildernde Wirkung der Anwendung zweier Mikrofone, welche in einer Überbrückung der Interferenzen besteht. Insbesondere ist nun keine Stelle mehr vorhanden, an der kein Schalleindruck aufgezeichnet wird.

Trotzdem besteht noch eine gewisse Phasenabhängigkeit, wie eine Untersuchung der in Fig. 59 auffallenden, dunkler erscheinenden Überschneidungsstellen zeigt. Ordnet man zu diesem Zweck die beiden Mikrofone so an, daß diese Erscheinung auftritt und nimmt ein raschlaufendes Oszillogramm auf, so daß die Einzelschwingungen getrennt werden, so erhält man Fig. 60, wenn beide Mikrofone eingeschaltet sind und Figg. 61 und 62, wenn das erste bzw. das zweite Mikrofon allein wirksam ist. Die Erklärung der Überschneidungsstellen von Fig. 53 ist demnach die folgende. Die Mikrofone standen zu beiden Seiten eines Schwingungsknotens, demnach an Orten, an denen die Schallschwingungen zeitlich um  $180^\circ$  verschoben sind. Deshalb folgen sich die gleichgerichteten Halbwellen ebenfalls mit diesem Phasenunterschied und schieben sich ineinander, wie Fig. 60 auch zeigt. In Fig. 59, welche nur den Amplitudenwert wiedergibt, werden die Einzelschwingungen nicht mehr getrennt. Zum Amplitudenverlauf liefert, wie Fig. 60 zeigt, die kleinere der Halbwellen keinen Beitrag, ihr Vorhandensein zeigt sich lediglich in einer stärkeren Schwärzung des lichtempfindlichen Papiers. Die Amplitudenkurve ist demnach gleich dem Verlauf der stärkeren der beiden Schwingungen, ohne daß sie durch die schwächere geändert wird. Es findet keine Summierung beider Schwingungen statt.

Schaltet man jedoch vor die Oszillographenschleife eine Kombination von Selbstinduktion ( $L$ ), Ohmschen Widerstand ( $R$ ) und parallel dazu eine Kapazität ( $C$ ), so daß das Ganze eine

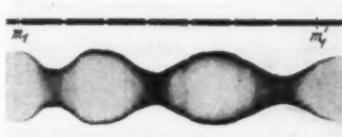
(Fortsetzung S. 1093)

Örtliche Interferenzen in einfachen Fällen



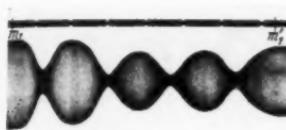
Reflexion an einer Wand

Fig. 6



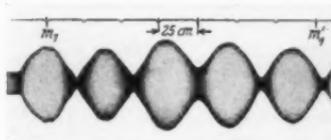
Reflexion an einer Wand

Fig. 7



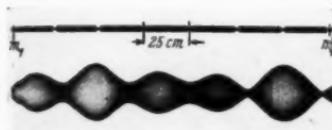
Reflexion  
an zwei senkrechten Wänden

Fig. 8



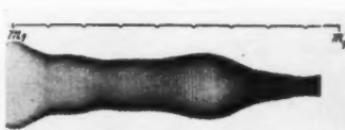
Versuchsräum  
Zwei parallele Wände.  $f = 435/\text{Sek.}$

Fig. 9



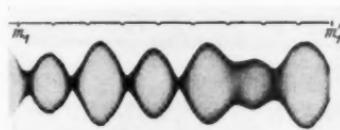
Versuchsräum  
Zwei parallele Wände.  $f = 440 \text{ Sek.}$

Fig. 10



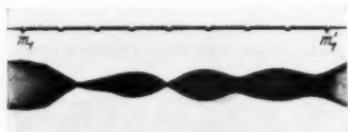
Versuchsräum gedämpft  
 $f = 460/\text{Sek.}$

Fig. 11



Versuchsräum  
Zwei parallele Wände.  $f = 460/\text{Sek.}$

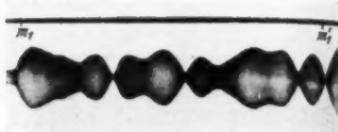
Fig. 12



Kleiner Oberlichthörsaal

 $f = 460/\text{Sek.}$ 

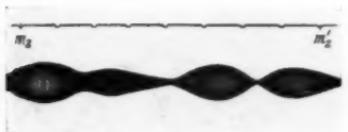
Fig. 13



Kleiner Oberlichthörsaal

 $f = 920 \text{ Sek.}$ 

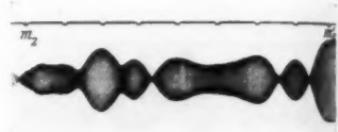
Fig. 14



Kleiner Oberlichthörsaal

 $f = 460/\text{Sek.}$ 

Fig. 15



Kleiner Oberlichthörsaal

 $f = 920 \text{ Sek.}$ 

Fig. 16

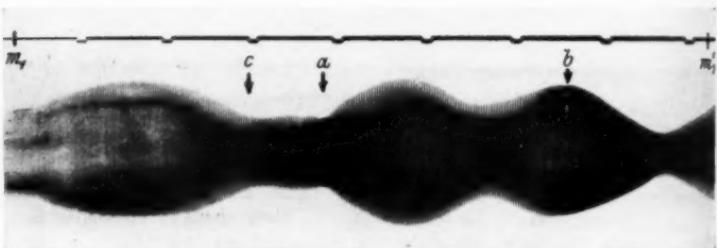
Kleiner Oberlichthörsaal.  $f = 488/\text{Sek. und } 517 \text{ Sek.}$ 

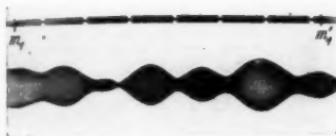
Fig. 17



Kleiner Physikhörsaal

 $f = 1670 \text{ Sek.}$ 

Fig. 18



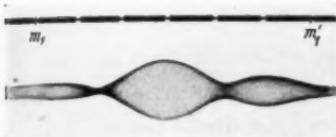
Kleiner Physikhörsaal  
 $f = 773/\text{Sek.}$

Fig. 19



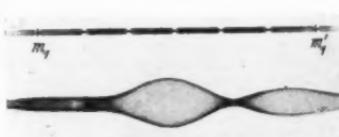
Kleiner Physikhörsaal  
 $f = 517/\text{Sek.}$

Fig. 20



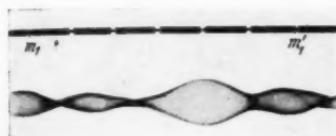
Deutsches Museum. Ehrensaal  
 $f = 517/\text{Sek.}$

Fig. 21



Deutsches Museum. Ehrensaal  
Gedämpftes Fensterroßell.  $f = 517/\text{Sek.}$

Fig. 22



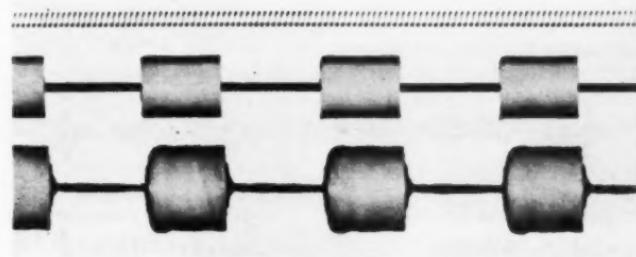
Deutsches Museum. Ehrensaal  
 $f = 488/\text{Sek.}$

Fig. 23

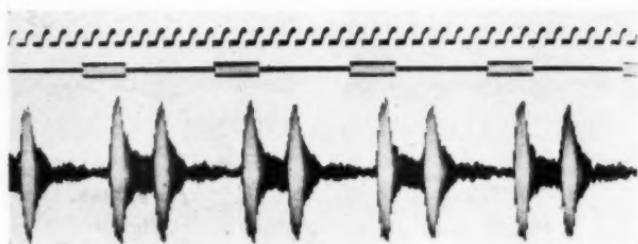


Deutsches Museum. Ehrensaal  
Gedämpftes Fensterroßell.  $f = 488/\text{Sek.}$

Fig. 24

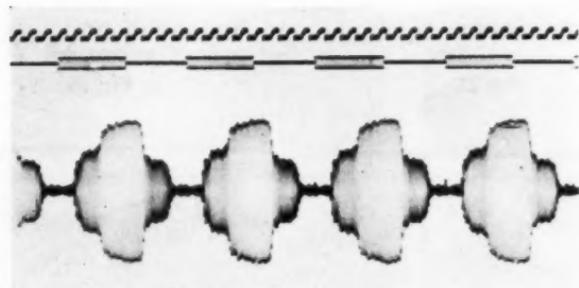


Gedämpfter Versuchsräum  
Fig. 25



Reflexion an einer Wand

Fig. 26



Reflexion an einer Wand

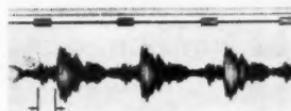
Fig. 27



Kleiner Oberlichthörsaal

 $f = 650/\text{Sek.}$ 

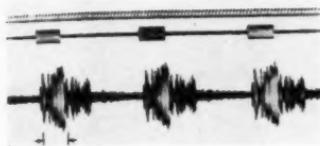
Fig. 28



Kleiner Physikhörsaal

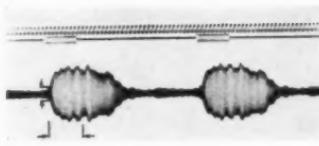
 $f = 461/\text{Sek.}$ 

Fig. 29



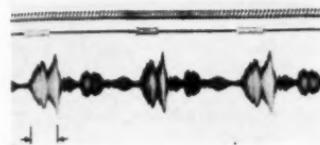
Kleiner Oberlichthörsaal  
 $f = 614/\text{Sek.}$

Fig. 30



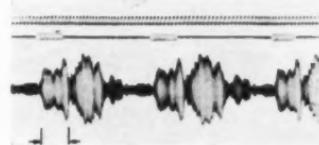
Kleiner Physikhörsaal  
 $f = 540/\text{Sek.}$

Fig. 31



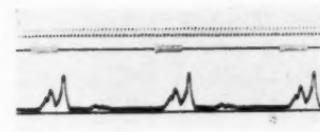
Kleiner Physikhörsaal  
 $f = 545/\text{Sek.}$

Fig. 32



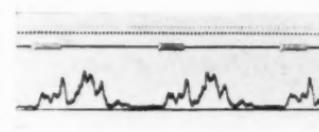
Kleiner Physikhörsaal  
 $f = 545/\text{Sek.}$

Fig. 33



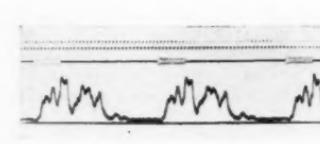
Kleiner Physikhörsaal  
 $f = 545/\text{Sek.}$

Fig. 34



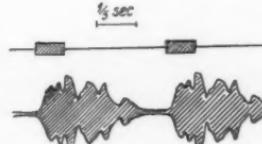
Kleiner Physikhörsaal  
 $f = 545/\text{Sek.}$

Fig. 35



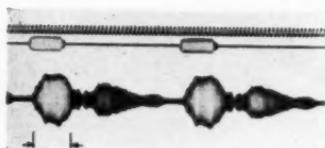
Kleiner Physikhörsaal  
 $f = 545/\text{Sek.}$

Fig. 36



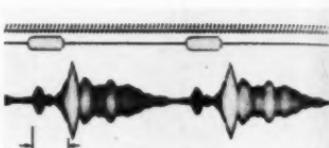
Kleiner Physikhörsaal  
 $f = 545/\text{Sek.}$

Fig. 37



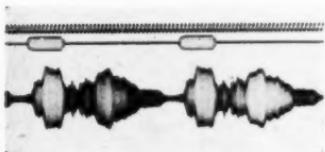
Kleiner Physikhörsaal  
 $f = 560/\text{Sek.}$

Fig. 38



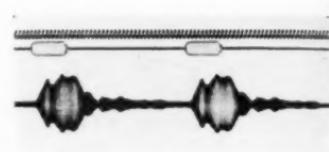
Kleiner Physikhörsaal  
 $f = 560/\text{Sek.}$

Fig. 39



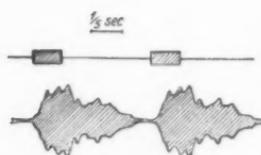
Kleiner Physikhörsaal  
 $f = 560/\text{Sek.}$

Fig. 40



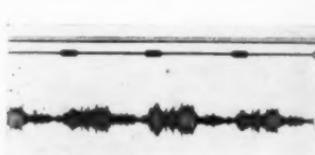
Kleiner Physikhörsaal  
 $f = 560/\text{Sek.}$

Fig. 41



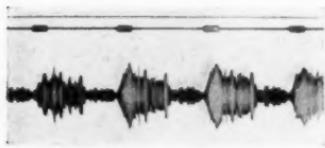
Kleiner Physikhörsaal  
 $f = 360/\text{Sek.}$

Fig. 42



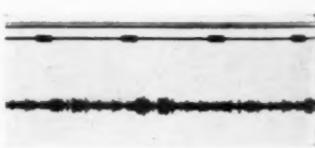
Großer Physikhörsaal  
 $f = 387/\text{Sek.}$

Fig. 43



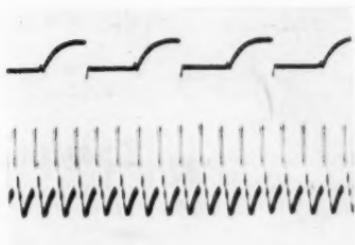
Großer Physikhörsaal  
 $f = 387/\text{Sek.}$

Fig. 44



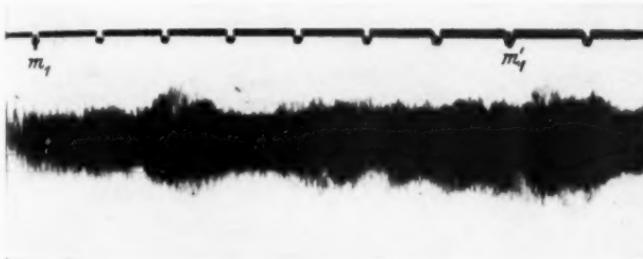
Großer Physikhörsaal  
 $f = 387/\text{Sek.}$

Fig. 45



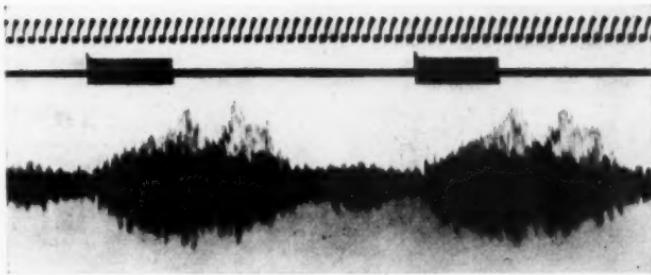
Oszillogramm des „Schnarr“-Tones

Fig. 46



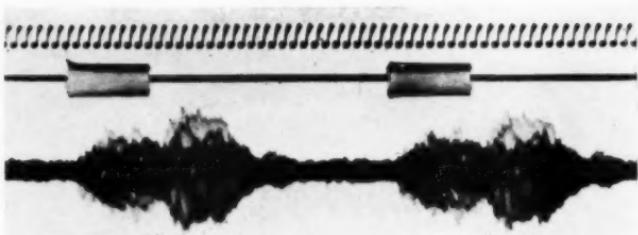
Kleiner Physikhörsaal. Grundfrequenz = 220 Sek.

Fig. 47



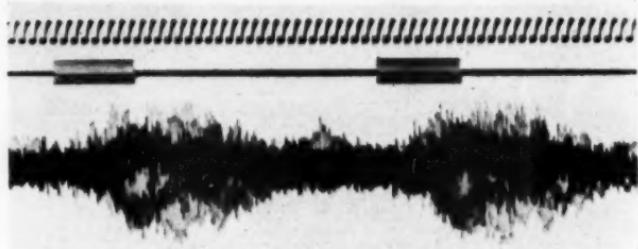
Kleiner Physikhörsaal. Grundfrequenz = 220 Sek.

Fig. 48



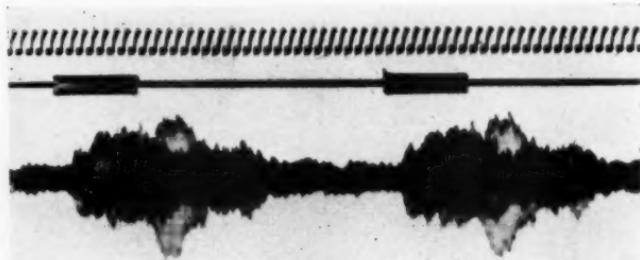
Kleiner Physikhörsaal. Grundfrequenz = 390/Sek.

Fig. 49



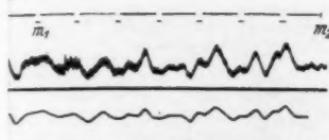
Kleiner Physikhörsaal. Grundfrequenz = 220/Sek.

Fig. 50



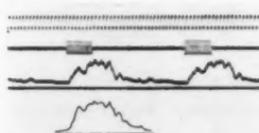
Kleiner Physikhörsaal. Grundfrequenz = 390/Sek.

Fig. 51



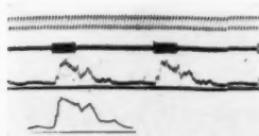
Kleiner Physikhörsaal  
Grundfrequenz = 220/Sek.

Fig. 52



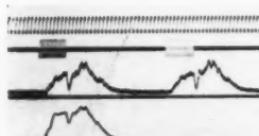
Kleiner Physikhörsaal  
Grundfrequenz = 220/Sek.

Fig. 53



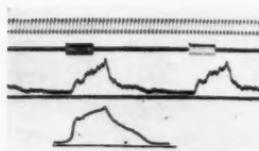
Kleiner Physikhörsaal  
Grundfrequenz = 300/Sek.

Fig. 54



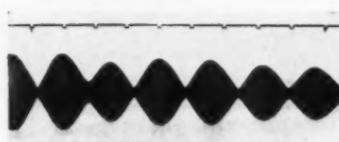
Kleiner Physikhörsaal  
Grundfrequenz = 220/Sek.

Fig. 55



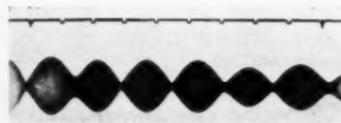
Kleiner Physikhörsaal  
Grundfrequenz = 390/Sek.

Fig. 56



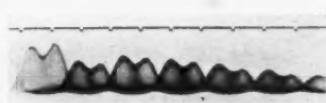
Versuchsräum. Aufnahme mit  
einem Mikrofon.  $f = 435/\text{Sek.}$

Fig. 57



Versuchsräum. Aufnahme mit zwei  
in Serie geschalteten Mikrofonen.  
 $f = 435/\text{Sek.}$

Fig. 58



Versuchsräum. Aufnahme mit zwei  
Mikrofonen durch Superposition  
der gleichgerichteten Anodenströme

Fig. 59

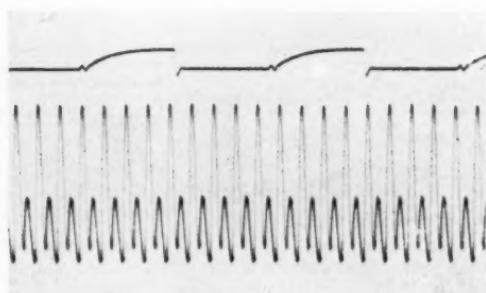


Fig. 60

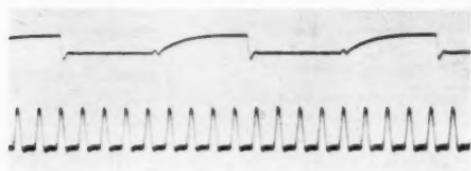


Fig. 61

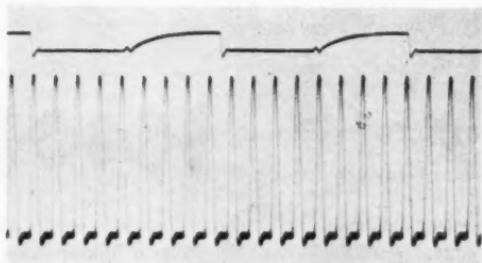
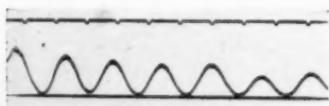


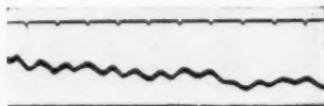
Fig. 62

Figg. 60—62: Untersuchung der in Fig. 59 auftretenden Überschneidungsstellen



Versuchsraum.  
Aufnahme mit einem Mikrofon,  
gleichgerichtetem Anodenstrom  
und vergrößerter Zeitkonstante

Fig. 63



Versuchsraum.  
Aufnahme mit zwei Mikrofonen,  
gleichgerichteten superponierten  
Anodenströmen  
und vergrößerter Zeitkonstante

Fig. 64

große Zeitkonstante gegenüber der Zeidauer einer Einzelschwingung erhält<sup>1)</sup>, so erreicht man damit, daß nun alle Teilschwingungen unabhängig von ihrer Phase superponiert werden.

Fig. 65 zeigt das Schaltbild. I und II sind die Endrohre der beiden Verstärker. An  $V_g$  wird die negative Gittervorspannung angeschlossen. Durch passende Wahl der Größe derselben kann das Endrohr als Verstärker oder als Gleichrichterrohr wahlweise arbeiten. Die Punkte O, O werden zur Oszillographenschleife geführt. Jeder Verstärker kann natürlich auch für sich verwendet werden.

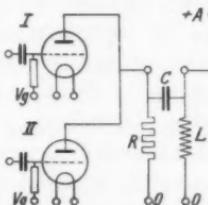
Wenn man ein Einzelmikrophon analog dem Hören mit einem Ohr in Verbindung mit dieser Schaltung quer durch die stehende Welle zieht, so erhält man im Oszillogramm wieder die Amplitudenkurve Fig. 63 der stehenden Welle, analog der Aufnahme Fig. 57, welche mit der einfachen Verstärkerschaltung ebenfalls über ein Mikrophon gewonnen wurde.<sup>2)</sup>

Schaltet man nun noch ein zweites Mikrophon im Ohrenabstand dazu, so durchfließt die Oszillographenschleife ein Strom, der nahezu proportional ist der Superposition der Schallamplituden, welche an beiden Mikrophonen wirksam sind.<sup>3)</sup> Als gemeinsamen Intensitätseindruck auf ihrem Weg durch die stehende Welle erhält man den in Fig. 64 wiedergegebenen. Hier sind die tiefen Minima der stehenden Welle fast vollkommen überbrückt und es zeigen sich keine Stellen mehr, an denen der Schall ausfällt. Die beiden Mikrophone zeigen

1) Vgl. Fußnote 2) S. 1077; ferner E. Meyer u. J. Just, Elektrische Nachrichtentechnik 5. S. 295. 1928.

2) Die Kombination von  $L$ ,  $R$ ,  $C$  bildet einen Schwingungskreis mit der Oszillographenschleife, aber das Dämpfungsglied  $R$  ist so groß gewählt, daß keine Eigenschwingungen angeregt werden, die sich sonst in den Oszillogrammen störend bemerkbar machen würden. Die kleinen Zacken, die sich öfters der Kurve des Amplitudenverlaufs bei den örtlichen Interferenzen überlagern, z. B. in Fig. 64, röhren von Erschütterungen des Mikrofons her.

3) Über den Einfluß der Krümmung der Röhrencharakteristik, vgl. Fußnote 1) S. 1078.



Ausgang des Empfängers  
für zwei Mikrophone

Fig. 65

bezüglich ihres gemeinsamen Intensitätseindruckes nun ein sehr ähnliches Verhalten wie die beiden Ohren.<sup>1)</sup>

Für die vorliegenden Versuche wurden, wie schon oben erwähnt, die Versuchsbedingungen möglichst einfach gewählt. Die ausgeglichene Amplitudenverteilung bei Anwendung von zwei Mikrofonen, wie sie Fig. 64 zeigt, kommt dadurch zu stande, daß die Viertelwellenlänge der stehenden Welle gleich dem Mikrophonabstand gewählt ist. Es kann nie der Fall eintreten, daß an beiden Mikrofonen (bzw. beiden Ohren) gleichzeitig die Schallintensität zu Null wird, da das eine der beiden Mikrofone (Ohr) sich gerade in einem Maximum befindet, wenn das andere in einem Minimum steht. Wählt man eine solche stehende Welle, daß deren halbe Wellenlänge beispielsweise gleich dem Mikrophonabstand wird, so stehen beide Mikrofone gleichzeitig an Stellen ungefähr gleicher Intensität, so daß sie dann auch gleichzeitig an die Stellen der Knoten und Bäuche gelangen, wenn sie quer durch ein solches Schallfeld gezogen werden. Sie zeichnen dann eine Schallverteilung auf, die im wesentlichen mit der von Fig. 63 wiedergegebenen übereinstimmt. Sie entspricht durchaus dem Eindruck, den man in diesem Fall bekommt, wenn man beide Ohren durch dieses Schallfeld hindurchbewegt. Denn es erreichen auch beide Ohren gleichzeitig die Knoten und Bäuche der stehenden Welle, so daß ein Beobachter abwechselnd Stellen großer und geringer Lautstärke ermitteln kann.

Die Wirkung der Doppelmikrophone bei zeitlichen Interferenzen besteht nach dem oben beschriebenen bei dieser Schaltung ebenfalls aus einer einfachen Superposition der Druckschwankungen an den Einzelmikrofonen ohne Phaseneinfluß.

Für die infolge der Krümmung der Röhrencharakteristik bei Gleichrichtung eintretende Verzerrung des Amplitudenverlaufs erhält man am einfachsten ein Maß, wenn man eine zweite Aufnahme desselben Schallverlaufs mit der normalen Verstärkerschaltung anfertigt und dadurch eine unverzerrte

1) Natürlich ist mit dem doppelohrigen Hören auch ein Richteidruck verbunden. Man kann sofort feststellen, welches der beiden Ohren den stärkeren Schalleindruck empfängt. Hier soll nur das Verhalten zweier Ohren bezüglich der Aufnahme von Schallintensität mit zwei Mikrofonen nachgebildet werden.

Aufnahme erhält. Durch Vergleich von zwei solchen zusammengehörigen Aufnahmen kann man dann leicht einen Maßstab für die Verzerrung ermitteln. Die Verzerrung selbst ist verschieden groß je nach dem Grad, in dem das Gleichrichterrohr ausgesteuert ist.<sup>1)</sup>

Als Beispiel sei auf zwei Aufnahmen von Tongruppen im kleinen Hörsaal mit zwei Mikrofonen in der Gleichrichterschaltung hingewiesen. Die Einzelaufnahmen im Ohrenabstand Figg. 32 und 33 wurden schon oben erwähnt (S. 1073). Dieselben Klangbilder mit der Gleichrichterschaltung wiederholt zeigen Figg. 34 und 35. Bei gemeinsamer Wirkung der beiden Mikrofone erhält man Fig. 36. Diese Aufnahme wurde noch entzerrt, wobei der Entzerrungsmaßstab durch Vergleich von Fig. 33 mit Fig. 36 gewonnen wurde. So erhält man als gemeinsames unverzerrtes Klangbild der beiden Mikrofone Fig. 37. Man erkennt sehr schön, wie sich die Stelle des direkten Schalles verstärkt heraushebt, ziemlich stark verlängert durch die noch verbleibenden Reflexionen. Das entspricht, soweit man beurteilen kann, durchaus dem, was man an der betreffenden Stelle mit zwei Ohren hört. Auf dieselbe Weise erhält man durch Gleichrichtung und Aufnahme mit zwei Mikrofonen die Superposition der Klangbilder Figg. 38 und 39, die in Fig. 42 entzerrt wiedergegeben ist.

Vergleicht man die Einzelaufnahmen Figg. 38 und 39, sowie 32 und 33, so zeigen sie ziemlich verschiedene Klangbilder, während die beiden entzerrten Doppelaufnahmen Figg. 42 und 37 ein im Charakter sehr ähnliches Bild aufweisen. Tatsächlich hört man auch mit zwei Ohren die Schallgruppen ähnlich.

Somit geben, soweit man dies beurteilen kann, die Klangbilder, die über zwei Mikrofone mit der beschriebenen Schaltung erhalten werden, ein gutes Urteil über den Gehöreindruck, den ein Zuhörer am betreffenden Ort erhalten wird.<sup>2)</sup>

1) Vgl. Fußnote 1) S. 1078.

2) Die Oszillogramme geben natürlich nur über die Intensitäts-eindrücke, wie sie über beide Ohren einen Hörer vermittelt werden, Auskunft. Das Hören mit zwei Ohren befähigt ja auch zum Richtungshören und vermittelt noch weiter psychologische Eindrücke. Ferner besteht noch ein gesetzmäßiger Zusammenhang zwischen der dem Ohr zugeführten Schallintensität und der Stärke der Schallempfindung. Vgl. H. Geiger und K. Scheel, Handb. d. Phys. Bd. VIII. S. 490.

**Zusammenfassung**

Der erste Abschnitt befaßt sich mit den örtlichen Interferenzerscheinungen, die beim Beharrungszustand des Schalles in Räumen auftreten.

Der zweite Abschnitt bringt Untersuchungen über die zeitlichen Interferenzen und deren Einfluß auf den Verlauf von Schallvorgängen.

Der dritte Abschnitt bringt Beiträge für die Bedeutung des zweiohrigen Hörens in der Raumakustik und eine Anordnung, um den Intensitätseindruck beim zweiohrigen Hören oszillographisch nachzuahmen.

(Eingegangen 14. Februar 1930)

---

*Über Elektronenbeugung  
an nichtmetallischen Einkristallen*

*Von M. v. Laue und E. Rupp*

(Aus dem Forschungs-Institut der AEG.)

(Mit 7 Figuren)

Über die ersten dieser Versuche hat der eine von uns schon an dieser Stelle berichtet.<sup>1)</sup> Neuerdings hat er diese Versuche wiederholt und weitere Messungen derselben Art an anderen Kristallen hinzugefügt. Während die Wiederholungen die veröffentlichten Versuchsergebnisse vollauf bestätigen, hat sich aber eine andere und wohl einfachere Deutung dafür gefunden, die sich auch an den neuen Messungen immer wieder als durchführbar erwiesen hat. Sie schreibt jedem dieser Kristalle für die gerade untersuchte Spiegelungsebene ein von Null verschiedenes inneres Potential zu und vermag dann ohne die Annahme so wesentlicher Gitterstörungen auszukommen, wie die angeführte Untersuchung sie einführen mußte, um der Forderung des verschwindenden inneren Potentials zu genügen; wir setzen hier vielmehr ein Gitter voraus, das keine größeren Störungen zeigt als bei Mosaikkristallen üblich.

Wir beginnen mit dem zur Deutung benutzten Rechenschema. Da die Anordnung ganz die in der angeführten Veröffentlichung beschriebene war, nur daß die Auftreffwinkel  $\varphi$  (zwischen dem einfallenden Strahl und der spiegelnden Ebene) nicht immer zu  $30^\circ$ , sondern gelegentlich auch zu  $60^\circ$  oder  $15^\circ$  gewählt wurden, da also der Auffänger der Elektronen sich genau in Reflexionsstellung befand, sind von den drei Indizes der beobachtbaren Beugungsmaxima zwei gleich Null, sofern wir zwei der Gittertranslationen in die Spiegelebene legen. Den dritten Index eines Beugungsmaximums nennen wir  $j$ .

1) E. Rupp, Ann. d. Phys. [5] 3. S. 497. 1929.

Annalen der Physik. 5. Folge. 4.

Bezeichnen wir ferner mit  $\vartheta = \frac{\pi}{2} - \varphi$  den Einfallswinkel des Elektronenstrahls, mit  $\vartheta_i$  den Winkel, der zwischen dem einfallenden Strahl *im Innern des Kristalls* und dem Lot auf der Grenzfläche liegt, mit  $d$  den zur Spiegelebene senkrechten Netzebenenabstand, mit  $V$  die Voltgeschwindigkeit des einfallenden Strahls, mit  $E_0$  das innere Potential des Kristalls für die gewählte Spiegelungsfläche, mit  $\mu$  den Brechungsexponent dieser Kristallfläche für die einfallenden Strahlen, mit  $\lambda$  die Wellenlänge des Elektronenstrahls außerhalb des Kristalls, so gibt die elementare Interferenzbedingung für das Maximum  $j$ :

$$(1) \quad j \frac{\lambda}{\mu} = 2d \cos \vartheta_i.$$

Berücksichtigt man ferner die bekannten Beziehungen

$$\mu = \sqrt{\frac{E_0 + V}{V}}, \quad \mu \sin \vartheta_i = \sin \vartheta, \quad \lambda = \frac{\hbar}{\sqrt{2emV}},$$

so erhält man zur Bestimmung von  $E_0$  die Formel

$$(2) \quad E_0 = \left( \frac{j}{2d} \right)^2 \frac{\hbar^2}{2em} - V \cos^2 \vartheta;$$

oder, indem man die Zahlenwerte für das Wirkungsquantum  $\hbar$ , die Elektronenladung  $e$  und die Elektronenmasse  $m$  einführt und die Längen in Ångström, die Potentiale in Volt mißt:

$$(2a) \quad E_0 = j^2 \frac{150}{(2d)^2} - V \cos^2 \vartheta.$$

Die Anwendung dieser Formel geschieht so: Wir setzen für  $V$  die aus den experimentellen Kurven gefundenen Maximumsabszissen ein, und versuchen die Berechnung von  $E_0$  mit zunächst willkürlich gewählten, kleinen ganzen Zahlen für  $j$ . Die Werte von  $d$  sind entnommen aus den bekannten Ergebnissen der Röntgenstrahlanalyse; nur bei  $\text{PbCl}_2$  waren in der Literatur keine Angaben zu finden. Für jedes  $j$  ergibt sich so ein Wert für  $E_0$ ; den richtigen erkennt man daran, daß er sich bei anderen Maximis derselben Kurve (natürlich mit einem durch die Meßgenauigkeit bedingten Spielraum) wiederfindet. Dies Kennzeichen genügte stets, mit Ausnahme der Messungen an  $\text{PbJ}_2$ , um einen Wert deutlich hervorzuheben. Eine ziemliche Zahl der Maxima mußten wir freilich mit halbzahligen

$j$ -Werten erklären, während ganz wenige (z. B. bei TlCl), die in den Tabellen ausdrücklich mit aufgeführt sind, jeder Deutung widerstanden.

Einen völligen Mißerfolg erlitten wir allerdings beim Diamanten. Zwei Stücke, die sich bei röntgenographischen Untersuchungen<sup>1)</sup> als ausgezeichnete, regelmäßige Kristalle bewährt haben, ergaben bei der Elektronenbeugung zwar Kurven mit unzweideutigen Maximis; jedoch ist es uns nicht gelungen, diese zu den obigen Formeln in Beziehung zu setzen. Vielleicht treten hier, gerade wegen der ungewöhnlichen Regelmäßigkeit des Raumgitters, die dynamischen Einflüsse hervor, von denen Bethes Theorie der Elektronenbeugung<sup>2)</sup> berichtet, und die unsere Formel vernachlässigt. Wir geben zunächst die Meßergebnisse und die zur Berechnung von  $E_0$  dienenden Tabellen wieder; die Diskussion der dabei zutage tretenden Eigentümlichkeiten verschieben wir auf den Schluß.

### 1. NaCl

Spiegelnde Fläche {001};  $d = 5,63 \text{ \AA}$

Hier liegen zunächst die schon veröffentlichten Messungen vor mit den Maximumsabszissen 18, 32, 42, 56 und 76 Volt. Sie beziehen sich auf eine Temperatur von  $200^\circ \text{ C}$ . (Vgl. Tab. 1 auf der folgenden Seite.)

In der Reihe der  $E_0$ -Werte treten 4-mal Werte zwischen  $-3,0$  und  $-3,3$  auf. Mittelwert  $-3,2$  Volt. Keiner der sonstigen Werte kommt so oft vor. Auch die Deutung des Maximums bei 76 mit  $E_0 = -4,2$  mit  $j = 3\frac{1}{2}$  dürfte wohl richtig sein, da allgemein die Bestimmung der Maximumsabszissen bei so hohen Geschwindigkeiten unsicherer wird als bei niedrigeren. Das hängt wohl mit der Gegenspannung zusammen, welche hier unabhängig von  $V$  nur 15 Volt betrug. Es können also bei  $V = 76$  schon sehr erheblich verlangsamte Elektronen noch mit in den Auffänger kommen (vgl. auch Tab. 4).

1) Herr Dr. Kallmann hat uns dieselben Stücke verschafft, welche zu den Versuchen von W. Ehrenberg u. H. Mark, sowie W. Ehrenberg u. G. v. Susich, Ztschr. f. Phys. 42, S. 807 u. 823. 1927 über die natürliche Breite von Röntgenemissionslinien gedient haben. Wir sagen ihm für seine Freundlichkeit auch hier unseren Dank.

2) H. Bethe, Ann. d. Phys. 87, S. 55. 1928.

Tabelle 1  
NaCl {001}  $\varphi = 30^\circ$ ,  $\vartheta = 60^\circ$   
Temperatur des Kristalls  $200^\circ$  C, Gegenspannung 15 Volt

$V$	$j$	$E_0$
18	1	- 3,3 ←
	2	+ 0,3
	3	+ 6,3
32	1	- 6,8
	2	- 3,2 ←
	3	+ 2,8
	4	+ 11,2
42	2	- 5,7
	$2\frac{1}{2}$	- 3,0 ←
	3	+ 0,3
	4	+ 8,7
56	3	- 3,2 ←
	4	+ 5,2
	5	+ 16
76	$3\frac{1}{2}$	- 4,2 ←
	4	+ 0,2
	5	+ 11

Man kann sich fragen, wo unter der Voraussetzung  $E_0 = -3,3$  ein etwaiges Maximum  $j = 1\frac{1}{2}$  liegen müßte. Die Rechnung ergibt  $V = 24$ . Davon zeigt die Kurve allerdings keine Andeutung.

Jetzt sind zu diesen neuen Messungen hinzugegetreten, wieder bei  $200^\circ$  C, aber bei anderen Einfallswinkeln. Auf sie beziehen sich die Tabb. 2 und 3.

Tabelle 2  
NaCl {001},  $200^\circ$  C,  $\vartheta = 30^\circ$   
Zwei Kurven aufgenommen mit 7,5 und mit 3 Volt Gegenspannung<sup>1)</sup>

$V$	$j$	$E_0$
10	1	- 5,5
	2	- 2,7
14	$2\frac{1}{2}$	- 3,0
	4	- 2,6
29	5	- 3,3
		Mittel - 2,9 Volt
44		

1) In allen Messungen dieser Untersuchung wurden die Gegenspannungen so gewählt, daß die Elektrometeraufladung in bequem meßbaren Zeiten erfolgte.

Von dem Maximum  $j = 3$ , das unter der Annahme  $E_0 = -3,0$  bei  $V = 18,5$  Volt liegen müßte, kann man in der einen der Kurven eine Andeutung sehen.

Wir halten durch diese Zahlen für erwiesen, daß  $E_0$  zwischen  $-2,5$  und  $-3,5$  Volt liegt, zumal wir uns viel, aber erfolglos bemüht haben, mit einem anderen Wert die Beobachtungen ähnlich gut zu erklären. Dazu stimmen die Zahlen der Tab. 3 (vgl. Fig. 7):

Tabelle 3  
NaCl {001}, 200° C,  $\vartheta = 75^\circ$ , Gegenspannung 3 Volt

$V$	$j$	$E_0$
45	0	-3,0
72	1	-3,6

Mittel - 3,3 Volt

Nach Gleichung (1) bedeutet  $j = 0$  die Grenze der Totalreflexion  $\cos \vartheta_i = 0$ . Den Versuch zur Erklärung, warum diese Grenze als Maximum auftritt, verschieben wir auf die Schlußbetrachtungen. Dieses Maximum fand sich auch bei Wiederholung der Messung bei tieferer Temperatur:

Tabelle 3a  
NaCl {001}, 20° C,  $\vartheta = 75^\circ$ , Gegenspannung 7,5 Volt

$V$	48	70	88	
$j$	0	1	$1\frac{1}{2}$	
$E$	-3,2	-3,5	-3,2	
				<u>Mittel - 3,3 Volt</u>

Sodann können wir noch eine Kurve besprechen, bei der im Unterschied gegen die in der Tab. 3a dargelegten Verhältnisse ein synthetisch aus dem Schmelzfluß gezüchterter NaCl-Kristall verwendet wurde.

Tabelle 4  
NaCl synthetisch {001}, 20° C,  $\vartheta = 60^\circ$ , Gegenspannung 15 Volt

$V$	$j$	$E_0$
22,5	1	-4,4
35	2	-4,0
46	$2\frac{1}{2}$	-4,0
63	3	-5,0
76	$3\frac{1}{2}$	-4,2

Mittel - 4,3 Volt

Man erkennt hier an den gleichen  $j$ -Werten die Maxima von Tab. 1 wieder; nur sind alle zugehörigen  $V$ -Werte etwas

größer geworden, auch ist die dritte Ordnung als ein allerdings ziemlich flaches Maximum hinzugekommen. — Von dem Mittelwert der Tab. 3a unterscheidet sich  $E_0$  um 1 Volt, was in der besseren Isolation des synthetischen Kristalls begründet sein dürfte. Die Versuche an KCl (§ 2) beweisen nämlich, daß  $E_0$  bei derartigen Kristallen um so niedriger gemessen wird, je geringer die elektrische Leitfähigkeit ist.

Die in Tab. 4a und 4b ausgewerteten Messungen sind ebenfalls an künstlichen Kristallen gewonnen und geben praktisch denselben  $E_0$ -Wert, wie Tab. 4.

Zuletzt führen wir zwei Meßreihen an, bei denen der Einfluß der Kristalldicke untersucht werden sollte. Dazu wurde NaCl im Vakuum auf ein Metallblech aufgedampft. Ein Vorversuch, bei dem diese Verdampfung bis zum Niederschlag wägbarer Mengen fortgesetzt wurde, gab ein Maß für die Menge, welche sich in der Minute niederschlägt. Die Zeitdauer des Aufdampfens beim eigentlichen Versuch ergab dann ein rohes Maß für die Dicke. Als spiegelnde Fläche betrachten wir (001); jedenfalls lassen sich mit dieser Annahme die Meßergebnisse deuten, wie die folgenden Tabellen zeigen.

Tabelle 4a

NaCl {001}, Dicke etwa  $10^{-7}$  cm,  $20^\circ\text{C}$ ,  $\vartheta = 60^\circ$ , Gegenspannung 4,5 Volt

$V$	18	38
$j$	0	2
$E_0$	- 4,5	- 4,7
Mittel - 4,6 Volt		

Tabelle 4b

NaCl {001}, Dicke etwa  $10^{-6}$  cm,  $20^\circ\text{C}$ ,  $\vartheta = 60^\circ$ , Gegenspannung 4,5 Volt

$V$	18	31	38	47	76
$j$	0	$1\frac{1}{2}$	2	$2\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$
$E_0$	- 4,5	- 5,0	- 4,7	- 4,3	- 4,3
Mittel - 4,6 Volt					

Die Vergrößerung der Dicke von  $10^{-7}$  auf  $10^{-6}$  cm hat also drei Maxima halbzahligter Ordnung zu den beiden ganzzähligen hinzugefügt.

Einen Einblick in Dicke und Wachstum dieser dünnen Schichten gibt eine Untersuchung der Intensitäten der Beugungsmaxima. Diese Intensitäten  $J$  (Höhe der Ordinaten über dem

Untergrund) sind in Tab. 4c in relativen Einheiten zusammengestellt für die verschiedenen Schichtdicken  $d$ .

Tabelle 4c

$V$	18	31	38	47	76
$d \left\{ \begin{array}{l} 10^{-7} \text{ cm} \\ 10^{-6} \text{ cm} \\ 10^{-4} \text{ em} \end{array} \right.$	J $\left\{ \begin{array}{l} 8 \\ 70 \\ 80 \end{array} \right.$	0	15	—	—
		15	65	20	70
		20	70	25	80

Mit Vergrößerung der Schichtdicke nimmt die Beugungsintensität erst rasch zu und nähert sich sodann einem Grenzwert. Danach beteiligen sich also Schichten von  $10^{-6}$  cm gleich etwa  $20 \times d$  Dicke an dem Zustandekommen der Interferenzen.

## 2. KCl

Die spiegelnde Fläche war meist {001}, nach röntgenographischen Messungen hat  $d$  dann den Betrag von 6,27 Å. Die Kristalle waren aus dem Schmelzfluß gezüchtet.

Hier waren zunächst die veröffentlichten Beobachtungen nach Gleichung (2a) zu deuten:

Tabelle 5

KCl {001}, 200° C,  $\vartheta = 60^\circ$ , Gegenfeld  $\frac{1}{4} V^1)$

$V$	16	29	44
$j$	1	2	3
$E_0$	-3,0	-3,4	-2,4

Versuche zu anderen Zuordnungen sind fehlgeschlagen. Die verschiedenen  $E_0$ -Werte unterscheiden sich wiederum höchstens um 1 Volt, wie es der Versuchsgenauigkeit entsprechen dürfte. Diese Genauigkeit wird dadurch gekennzeichnet, daß eine neuere Bestimmung durch zwei Kurven bei sonstiger Übereinstimmung ergab  $V = 48$  statt des Wertes  $V = 44$ , was mit  $j = 3$  zu  $E_0 = -3,4$ . Mittelwert  $E_0 = -3,1$  Volt.

Von den beiden neuen Kurven war die eine, wie die schon veröffentlichte, so aufgenommen, daß eine der Würfelkanten, die der spiegelnden Ebene {001} angehören, zur Einfallsebene parallel war, eine zweite so, daß sie mit dieser Ebene 45° bildete. Auf die Lage der Maxima hatte dies, wie es nach Gleichung (2) sein muß, keinen Einfluß.

1)  $\frac{1}{4} V$  bedeutet: Die Gegenspannung wird mit der Spannung  $V$  reguliert und beträgt stets  $\frac{1}{4}$  davon.

## Über eine weitere Bestimmung berichtet

Tabelle 6

KCl {001}, 20° C,  $\vartheta = 60^\circ$ , Gegenfeld 15 Volt

$V$	20	32	47
$j$	1	2	3
$E_0$	- 4,0	- 4,2	- 3,2
			Mittel - 3,8 Volt

Eine Bestimmung an der {111} Ebene bei Zimmertemperatur ergab als einziges, scharf ausgeprägtes Maximum  $V = 13$  Volt (Mittel aus zwei Beobachtungen), was mit  $j = 0$   $E_0 = - 3,25$  ergibt, daneben ein verwaschenes Maximum bei  $V = 60$ , was mit  $j = 2$  auf  $E_0 = - 3,5$  führt. (In diesem Fall ist  $d = 6,26 : \sqrt{3} = 3,62$  Å).

Hierzu ist zu bemerken: Der eine von uns hat in einer theoretischen Untersuchung<sup>1)</sup> über das räumlich gemittelte Potential eines Raumgitters darauf hingewiesen, daß im allgemeinen dies Potential an verschiedenen Flächen desselben Kristalls verschieden große Sprünge macht, daß also das  $E_0$  unserer Betrachtung mit der Grenzfläche wechselt. Bei einem regulären Kristall allerdings fallen diese Unterschiede fort. Und in der Tat ergibt sich für KCl kein Unterschied zwischen den Flächen {001} und {111}. Dennoch kann man nicht ohne weiteres von einer Übereinstimmung zwischen Theorie und Versuch sprechen. Denn die angeführte Rechnung setzt in bewußter Abweichung von der Wirklichkeit, um zunächst ein einfaches Problem zu behandeln, eine bis zum Rande ungestörte Ladungsverteilung im Gitter voraus. Wie sich die Sache bei Berücksichtigung der Verschiebung der Ladungen, die man in den Grenzschichten vermuten muß<sup>2)</sup>, gestaltet, ist für die Theorie eine noch offene Frage. Auch ist noch nicht entschieden, welche Beziehungen zwischen den gemessenen und den theoretischen  $E_0$ -Werten bestehen, wie die folgenden Ausführungen über die Temperaturabhängigkeit von  $E_0$  zeigen.

Die bisher genannten Messungen bei verschiedenen Temperaturen deuten nämlich eine leichte Abhängigkeit des  $E_0$ -Wertes von der Temperatur an; bei höherer Temperatur fanden wir

1) M. v. Laue, Berliner Sitzungsberichte 1930. S. 25.

2) E. Madelung, Physikalische Zeitschr. 20, S. 494. 1919.

etwas kleinere  $E_0$ -Werte. Doch waren diese Unterschiede innerhalb der Fehlergrenzen. Andererseits lag der Verdacht sehr nahe, daß die hier gemessenen  $E_0$ -Werte nicht dem Kristall als solchem zukommen, sondern von Elektronen beeinflußt sind, die aus dem einfallenden Strahl stammen und in ihm stecken geblieben sind. Als ein Mittel, diese unschädlich zu machen, kam Temperaturerhöhung in Betracht; man weiß ja, daß die elektrische Leitfähigkeit in solchen Körpern außerordentlich gering

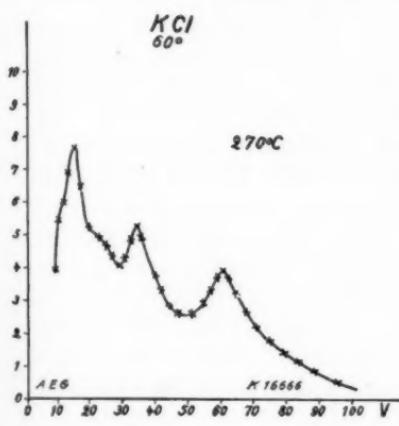


Fig. 1  
Reflexion an Kaliumchlorid  
bei  $270^\circ\text{C}$

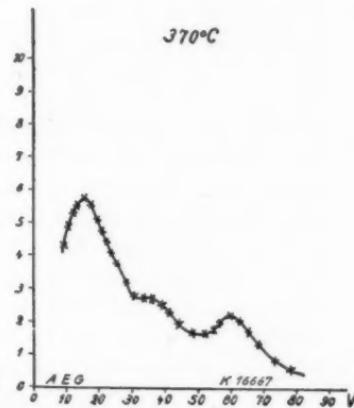


Fig. 2  
Reflexion an Kaliumchlorid  
bei  $370^\circ\text{C}$

ist, aber mit wachsender Temperatur rapid ansteigt. Deshalb wurde KCl (Fläche 001) nochmals bei höheren Temperaturen, nämlich  $270^\circ$  und  $370^\circ\text{C}$ , untersucht; die Ergebnisse stellen die Kurve 1 und 2 dar. Wir diskutieren sie in den Tabb. 7 u. 8.

Tabelle 7  
KCl {001},  $270^\circ\text{C}$ ,  $\vartheta = 60^\circ$ , Gegenspannung  $\frac{1}{4} V$ , Fig. 1

$V$	15	24	34	60	
$j$	2	$2\frac{1}{2}$	3	4	
$E_0$	+ 0,05	0,0	+ 0,1	+ 0,2	Mittel + 0,1 Volt

Tabelle 8

KCl {001}, 370° C,  $\vartheta = 60^\circ$ , Gegenspannung  $1/4$  V, Fig. 2

$V$	15	35	60	
$j$	2	3	4	
$E_0$	+ 0,05	- 0,15	+ 0,2	Mittel 0,0 Volt

Man wird aus der Übereinstimmung der  $E_0$ -Werte in beiden Tabellen schließen dürfen, daß auch eine weitere Temperaturerhöhung an dem Wert Null für  $E_0$  nichts mehr ändern könnte. Zu demselben Schluß für CaF<sub>2</sub> führt Tabelle 21. Jedoch scheint uns keineswegs ausgemacht, daß dies der wahre  $E_0$ -Wert für derartige Kristalle ist. Vielmehr lassen diese Versuche durchaus die Deutung zu: Das innere Potential ist an sich positiv. Die steckenbleibenden Elektronen setzen es herab, und zwar bei sehr geringer Leitfähigkeit bis auf einige Volt unter Null. Bei größerer Leitfähigkeit (erhöhte Temperatur) geht dann der Ausgleich der durch sie zugeführten negativen Ladung rascher vor sich, so daß die Veränderung von  $E_0$  nicht mehr ins Negative, sondern nur bis zu Null reicht. Ist dieser Wert erreicht, so nützt auch eine weitere Verbesserung der Leitfähigkeit nichts, weil die den Ausgleich bewirkende Potentialdifferenz zwischen Kristallinnerem und Kristallhalter fortfällt.

Ist diese Deutung richtig, so kann man den wahren  $E_0$ -Wert für Kristalle wie KCl oder CaF<sub>2</sub> überhaupt nicht mit den hier beschriebenen Versuchen bestimmen. Trotzdem führen wir die Messungen bei allen Temperaturen hier an, weil sich unseres Erachtens die Interferenztheorie an ihnen bestätigt und darüber hinaus die Möglichkeit vorzuliegen scheint, daß die gefundenen negativen  $E_0$ -Werte ein Maß abgeben für die Oberflächenisolation des Kristalls, die sich bisher allen Messungen entzogen hat.

## 3. KBr

Auch hier war die spiegelnde Fläche {001}; es ist  $d = 6,57 \text{ \AA}$ .

Wie sich die früheren Beobachtungen der Gl. (2) anpassen, zeigt Tab. 9.

Tabelle 9

KBr synth. {001}, 200° C,  $\vartheta = 60^\circ$ , Zwei Kurven;  
Gegenspannung 4,5 und 15 Volt

$V$	14	27	40	
$j$	1	2	3	
$E_0$	-2,6	-3,3	-2,2	
				Mittel - 2,7 Volt

4.  $\text{PbI}_2$ 

Dieser Kristall wurde im Vakuum auf Wolframblech aufgedampft, so daß man nicht unmittelbar, wie bei den bisher erwähnten Messungen, weiß, welche Fläche spiegelt. Wir haben aber die Beobachtungen gut mittels der Annahme erklären können, daß dies die Basis dieses hexagonalen Kristalls ist; dem entspricht die Annahme  $d = 6,86 \text{ \AA}$ .<sup>1)</sup> Das weitere sagt

Tabelle 10

$\text{PbI}_2$ , {0001}, 20° C,  $\vartheta = 60^\circ$ , Gegenspannung 7,5 Volt

$V$	24	39	54	64	
$j$	2	3	$3\frac{1}{2}$	4	
$E_0$	-2,4	-1,6	-2,5	-1,6	Mittel - 2,0 Volt

Die hier gegebene Zuordnung der  $j$ -Werte ist nicht ganz sicher, man kann für die beobachteten Maxima auch  $j = 1, 2, 3, 3\frac{1}{2}$  wählen und erhält dann  $E_0 = -5,4$  im Mittel bei allerdings größerer Streuung der Einzelwerte.

5.  $\text{PbCl}_2$ 

Auch dieser Körper ließ sich nur in dünnen, auf Wolframblech aufgedampften Schichten untersuchen. Eine röntgenographische Untersuchung ist nicht bekannt. Die Deutung der drei auftretenden Maxima gelingt unter Annahme eines Netzebenenabstandes von  $6,6 \text{ \AA}$ ; dieser Wert erscheint plausibel, wenn man bedenkt, daß die  $c$ -Achse des hexagonalen  $\text{PbI}_2$ -Gitters  $6,86 \text{ \AA}$  mißt.

1) Ztschr. für Krystallographie, Strukturbericht von Ewald und Herman, S. 191 (Messung von Westenbrinck und Terpstra, Proc. Amsterdam 39, S. 431. 1926).

Tabelle 11  
 $\text{PbCl}_2 \{0001\}$ ,  $20^\circ \text{C}$ ,  $\vartheta = 60^\circ$ , Gegenspannung 6 Volt

$V$	36	48	60	
$j$	3	$3\frac{1}{2}$	4	
$E_0$	-1,3	-1,6	-1,3	Mittel -1,4 Volt

Die Maxima waren hier wenig ausgeprägt; am besten noch das bei 60 Volt.

#### 6. $\text{TiCl}$

Erheblich bessere Maxima fanden sich bei  $\text{TiCl}$ , auch wenn dieser Körper auf Wolfram aufgedampft war. Das Maximum bei 62 Volt war sogar außerordentlich scharf (vgl. Figg. 3 und 4). Die Würfelkante dieses kubischen Kristalls mißt  $3,85 \text{ \AA}$ . Unter der Annahme, daß die  $\{001\}$ -Fläche spiegelt, ergibt sich dann die folgende Auswertung:

Tabelle 12  
 $\text{TiCl} \{001\}$ ,  $20^\circ \text{C}$ ,  $\vartheta = 60^\circ$ , Gegenspannung 10,5 Volt, Fig. 3

$V$	24	43	62	90
$j$	$1\frac{1}{2}$	2	$2\frac{1}{2}$	3
$E_0$	-0,5	-0,6	-0,5	-0,3 Mittel -0,5 Volt

In einem zweiten Versuche war der Körper als großer Kristall in die Versuchsröhre gebracht. Die Spiegelungsfläche war  $\{001\}$ . Tab. 13 gibt die Auswertung der Versuchsergebnisse:

Tabelle 13  
 $\text{TiCl} \{001\}$ ,  $80^\circ \text{C}$ ,  $\vartheta = 60^\circ$ , Gegenspannung  $\frac{1}{4} V$ , Fig. 4

$V$	10	30	42	90
$j$	1	?	2	3
$E_0$	+0,04	?	-0,34	+0,36 Mittel 0,0 Volt

Das schwache Maximum bei 30 Volt ist nicht aufgeklärt. Im Gegensatz zur aufgedampften Schicht fehlen hier die halbzahligen Maxima. Auch ist hier  $E_0 = 0$ , wahrscheinlich infolge der höheren Temperatur des Kristalls.

#### 7. $\text{LiF}$

Hier war der Probekörper wieder als größerer Kristall<sup>1)</sup> an seinen Platz im Apparat eingesetzt, so daß die Spiegel-

1) Die Kristalle  $\text{LiF}$ ,  $\text{TiCl}$ ,  $\text{KCl}$  und  $\text{KBr}$  wurden nach dem Verfahren von S. Kyropoulos hergestellt. Ztschr. f. anorg. Chem. 154, S. 308. 1926.

lungsfläche vollkommen bekannt ist; es ist die Würfelfläche des kubischen Kristalls ( $d = 4,02 \text{ \AA}$ ). Zwei Meßreihen, die

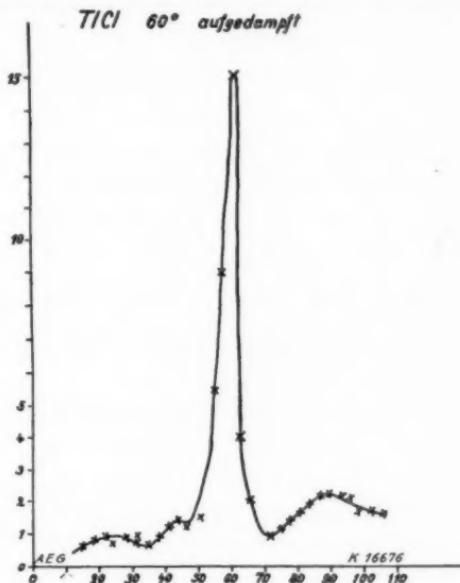


Fig. 3  
Reflexion an aufgedampften Thalliumchlorid

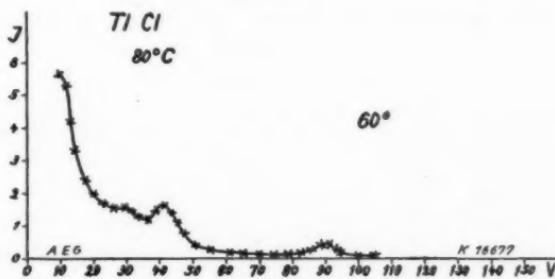


Fig. 4  
Reflexion an (001) von Thalliumchlorid

eine bei  $30^\circ$ , die andere bei  $60^\circ$  Einfallswinkel ergaben sehr schöne deutliche Maxima:

Tabelle 14  
LiF {001}, 80° C,  $\vartheta = 30^\circ$ , Gegenspannung  $1/4$  V, Fig. 5

$V$	12	50	110	
$j$	2	4	6	
$E_0$	+0,3	-0,4	+1,1	Mittel + 0,3 Volt

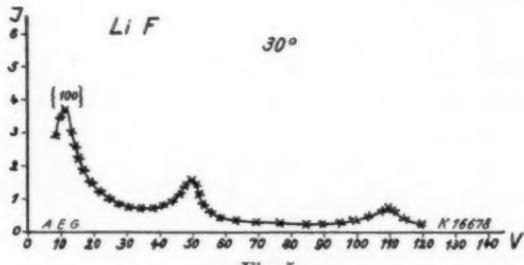


Fig. 5  
Reflexion an Lithiumfluorid für  $\vartheta = 30^\circ$

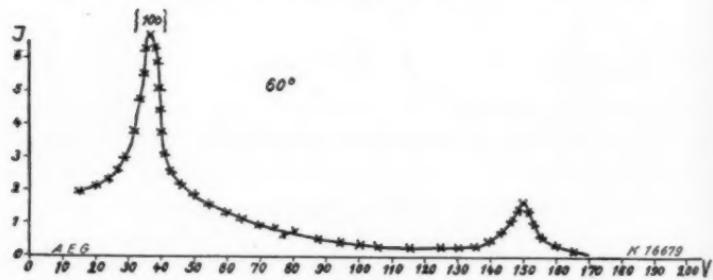


Fig. 6  
Reflexion an Lithiumfluorid für  $\vartheta = 60^\circ$

Jedoch wäre es vielleicht besser, den Wert + 1,1 von der Mittelbildung auszuschließen, weil, wie schon gesagt, die Bestimmungen bei Potentialen über 50 Volt weniger sicher zu sein scheinen. Bei derselben Temperatur, aber anderem Einfallswinkel, wurden die folgenden Messungen gemacht:

Tabelle 15  
LiF {001}, 80° C,  $\vartheta = 60^\circ$ , Gegenspannung  $1/4$  V, Fig. 6

$V$	37	150	
$j$	2	4	
$E_0$	0,0	-0,4	Mittel - 0,2 Volt

Der wahre  $E_0$ -Wert dürfte sich also von Null nicht in hier meßbarer Weise unterscheiden.

8. Pyrit.  $\text{FeS}_2$ <sup>1)</sup>

Hierüber gibt Aufschluß

Tabelle 16

$\text{FeS}_2 \{001\}$ ,  $20^\circ \text{C}$ ,  $\vartheta = 60^\circ$ , Gegenspannung 3 Volt

$V$	20	35	58	104		
$j$	3	$3 \frac{1}{2}$	4	5		
$E_0$	+6,6	+7,0	+6,1	+6,4	Mittel +6,5 Volt	

$d$  ist gleich der Würfelkante, also nach röntgenographischen Messungen 5,38 ÅE.

9. PbS. Bleiglanz

Auch hier ist  $d$  gleich der Würfelkante, somit gleich 5,94 ÅE, da ebenfalls die Fläche  $\{001\}$  spiegelte.

Tabelle 17

$\text{PbS} \{001\}$ ,  $20^\circ \text{C}$ ,  $\vartheta = 60^\circ$ , Gegenspannung 3 Volt

$V$	9	27	45	57	74	93 (?)
$j$	2	3	$3 \frac{1}{2}$	4	$4 \frac{1}{2}$	(5)
$E_0$	+2,0	+2,9	+2,0	+2,9	+3,2	+ (3,4)

Mittel + 2,6 Volt

Der eingeklammerte Wert ist bei der Mittelung nicht berücksichtigt; das Maximum bei 93 Volt tritt nur sehr schwach hervor.

Bei Bleiglanz und Pyrit, die beide metallisch leiten, dürften die  $E_0$ -Werte die wahren inneren Potentiale sein.

10.  $\text{CaF}_2$ . Flußpat

Vom Calciumfluorid standen zwei Kristalle mit geeigneten  $\{001\}$ -Flächen zur Verfügung. Einer war tiefblau gefärbt, der andere nur schwach bläulich, auch hatte der letztere die genannte Fläche besser ausgebildet. Sie unterschieden sich

1) Wir danken bestens Hrn. Prof. Johnsen, der uns aus der mineralogischen Sammlung die Kristalle 8), 9), 10) 12) und ebenso einige Diamanten zur Verfügung stellte.

stark im elektrischen Leitvermögen<sup>1)</sup>, dies war bei Zimmertemperatur beim ersten etwa 300 mal größer als beim zweiten. Die Versuche ergaben an ihnen sehr verschiedene  $E_0$ -Werte. Wir führen beide Versuchsreihen an, weil das Ergebnis uns interessant erscheint, daß „atomare“ Verfärbung im Sinne von Gudden und Pohl, die Elektronenbeugung nicht verhindert, wohl aber weitgehend beeinflußt.<sup>2)</sup> Die Gitterkonstante  $d$  (Würfekante) ist röntgenographisch zu 5,45 Å bestimmt.

Tabelle 18

CaF<sub>2</sub>, tiefblau, {001}, 80° C,  $\vartheta = 60^\circ$ , Gegenspannung  $1/4$  V

$V$	27	60	72	110	
$j$	3	4	?	5	
$E_0$	+4,5	+5,2	?	+4,0	Mittel +4,6 Volt

Für das Maximum bei 72 Volt haben wir keine Deutung. Röhrt es vielleicht von Teilen des Kristalls her, welche von den Verunreinigungen nicht betroffen sind, und deshalb nach Tab. 20 in dieser Gegend ein Maximum ergeben?

Tabelle 19<sup>3)</sup>CaF<sub>2</sub>, fast farblos, {001}, 20° C,  $\vartheta = 60^\circ$ , Gegenspannung 10 Volt

$V$	39	63	77	100	122	142
$j$	2	3	$3\frac{1}{2}$	4	$4\frac{1}{2}$	5
$E_0$	-4,4	-4,4	-3,7	-4,6	-4,8	-3,7

Mittel -4,3 Volt

Unter ganz denselben Bedingungen, nur bei erhöhter Temperatur, wurde derselbe Kristall nochmals durchgemessen:

Tabelle 20

CaF<sub>2</sub>, fast farblos, {001}, 80° C,  $\vartheta = 60^\circ$ , Gegenspannung 10 Volt

$V$	33	58	75	95	
$j$	2	3	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	
$E_0$	-3,4	-3,1	-3,1	-3,3	Mittel -3,2 Volt

1) Gemessen aus Strom und Spannung.

2) An blauem Steinsalz wurden keine Beugungen erhalten. Man weiß, daß hier Na-Atome kolloidal ausgeschieden sind im Gegensatz zum atomar verfärbten gelben NaCl. So gibt gelbes NaCl auch Beugungen. Vgl. E. Rupp, Ztschr. f. Phys. (im Druck).

3) Wir möchten an diesem Beispiel nochmals zeigen, wie wir die Zuordnung der  $j$ - zu den  $V$ -Werten ausgesucht haben:

Die Maxima haben sich gegenüber Tab. 19 alle zu etwas kleineren  $V$ -Werten verschoben, wie es der Zunahme von  $E_0$  von  $-4,3$  auf  $-3,2$  Volt entspricht.

An KCl fanden wir (Tabb. 7 und 8), daß  $E_0$  bei genügend hoher Temperatur Null wird. Wir haben die Frage des Temperaturganges von  $E_0$  daher auch an CaF<sub>2</sub> untersucht. Tab. 21 gibt die Ergebnisse:

Tabelle 21

CaF<sub>2</sub>, fast farblos, {001}, 200° C,  $\vartheta = 60^\circ$ , Gegenspannung 4,5 Volt

$V$	31	45	60	80	125	
$j$	$2\frac{1}{2}$	3	$3\frac{1}{2}$	4	5	
$E_0$	+ 0,1	+ 0,0	+ 0,4	+ 0,0	+ 0,1	Mittel + 0,1 Volt

$V$	$j$	$E_0$	$V$	$j$	$E_0$
39	0	- 9,5	100	2	- 19,9
	1	- 8,2		$2\frac{1}{2}$	- 17,0
	$1\frac{1}{2}$	- 6,6		3	- 13,6
	2	- 4,4 ←		$3\frac{1}{2}$	- 9,4
	$2\frac{1}{2}$	- 1,5		4	- 4,6 ←
	3	+ 1,9		$4\frac{1}{2}$	+ 0,7
	$3\frac{1}{2}$	+ 6,1		5	+ 6,8
	4	+ 10,9		$5\frac{1}{2}$	+ 13,5
	$4\frac{1}{2}$	+ 16,2		6	+ 20,7
63	1	- 14,3	122	4	- 10,1
	$1\frac{1}{2}$	- 13,0		$4\frac{1}{2}$	- 4,8 ←
	2	- 10,7		5	+ 1,3
	$2\frac{1}{2}$	- 7,8		$5\frac{1}{2}$	+ 8,0
	3	- 4,4 ←		6	+ 15,2
	$3\frac{1}{2}$	- 0,2		$6\frac{1}{2}$	+ 23,0
	4	+ 4,6		7	+ 31,7
	$4\frac{1}{2}$	+ 9,9			
	5	+ 16,0			
77	$1\frac{1}{2}$	- 16,4	142	4	- 15,1
	2	- 14,2		$4\frac{1}{2}$	- 9,8
	$2\frac{1}{2}$	- 11,3		5	- 3,7 ←
	3	- 7,8		$5\frac{1}{2}$	+ 3,0
	$3\frac{1}{2}$	- 3,7 ←		6	+ 10,6
	4	+ 1,2			
	$4\frac{1}{2}$	+ 6,4			
	5	+ 12,6			
	$5\frac{1}{2}$	+ 19,2			
	6	+ 26,5			

Auch hier wiederholt sich kein  $E_0$ -Wert mit dem Spielraum von 1 Volt so häufig, wie der im Text angegebene.

Das Maximum bei 60 Volt ist auch bei 270° C noch bei derselben Voltlage vorhanden.  $E_0$  ist also innerhalb der Fehlergrenze gleich Null. Der positive Wert von  $E_0$  am tief blauen Flußpat wird jedenfalls mit dem farblosen Stück auch bei hohen Temperaturen nicht erreicht. (Vgl. die Tab. 7 und 8, sowie die Bemerkungen dazu.)

Schließlich wurde noch ein Stück derselben fast farblosen Art an der {111}-Fläche untersucht; in diesem Fall ist  $d = 3,15 \text{ \AA}$ .

Tabelle 22

$\text{CaF}_2$ , fast farblos, {111}, 20° C,  $\vartheta = 60^\circ$ , Gegenspannung 3 Volt

$V$	34	53	78	120	154	
$j$	1	$1\frac{1}{4}$	2	$2\frac{1}{2}$	3	
$E_0$	- 4,7	- 4,6	- 4,3	- 5,1	- 4,2	Mittel - 4,6 Volt

Der Mittelwert stimmt mit dem von Tab. 19, bei der es sich nur um eine andere Kristallfläche handelt, ausgezeichnet überein.

### 11. CuI

Dieser Körper wurde im Vakuum auf Wolframblech aufgedampft. Die Kurve zeigt zwei weniger scharfe Maxima. Unter der Annahme, daß es die Würfelfläche dieses regulären Kristalls ist, welche spiegelt, ist nach Röntgenmessungen  $d = 6,08 \text{ \AA}$  zu setzen.

Tabelle 23

CuI {001}, 20° C,  $\vartheta = 60^\circ$ , Gegenspannung 4,5 Volt

$V$	25	53		
$j$	3	4		
$E_0$	+ 2,8	+ 2,9		Mittel + 2,8 Volt

### 12. ZnS. Zinkblende

An ZnS stand die Spaltfläche eines hellbraunen Kristalls zur Verfügung. Es ist also  $d = 3,81 \text{ \AA}$ .

Tabelle 24  
ZnS {011}, 20° C,  $\vartheta = 60^\circ$ , Gegenspannung 4,5 Volt

$V$	64	86	105	118	
$j$	2	$2\frac{1}{2}$	?	3	
$E_0$	- 5,7	- 5,3	?	- 6,1	Mittel - 5,8 Volt

Das Maximum bei 105 Volt ist unerklärt.

An dunkelbrauner Zinkblende konnte keine Maxima gefunden werden. Da die Braunfärbung von ZnS im wesentlichen von Eisenverunreinigungen herröhrt, ist nach den Ergebnissen an blauem NaCl (vgl. S. 1112) keine Beugung zu erwarten.

### 13. Die halbzahligen Maxima

Sehr auffallend, aber empirisch vollkommen gesichert, sind die in den meisten Meßreihen vorkommenden halbzahligen Werte für die Ordnungszahl  $j$ . Diese bieten der Deutung die größten Schwierigkeiten. Der Gedanke, sie auf eine Anlagerung von Fremdatomen (Gasresten) zurückzuführen<sup>1)</sup>, liegt freilich nahe. Doch erhebt sich dann die Frage, warum man mit den Abständen  $d$  auskommt, welche dem ungestörten Gitter entnommen sind. Weit eher könnte man auf diese Weise die unerklärt gebliebene Maxima deuten.

Eine Möglichkeit für das Verständnis gewährt vielleicht die Bemerkung, daß in den optischen Interferenzerscheinungen, falls man die Reflexionsmaxima einer planparallelen Platte nach Gleichung (1) zu deuten versucht, ausschließlich halbzahlige Ordnungen vorkommen. Das liegt an dem Phasensprung  $\pi$ , welcher entweder an der Vorderseite oder an der Rückseite der Platte auftritt, als Folgerung aus dem Energieprinzip. Danach entspricht einem Maximum im gespiegelten Licht ein Minimum im durchgehenden und umgekehrt. Bei der Elektronenbeugung spielt die Rolle des Energieprinzips das Prinzip der Erhaltung der Teilchenzahl. Könnte man eine planparallele Platte für Elektroneninterferenzen herstellen, so müßten aus den entsprechenden Gründen in Reflexion nur

1) Hierfür scheinen die Versuche von J. C. Davisson und L. H. Germer, Ztschr. f. Phys. 54, S. 408, 1929 und E. Rupp, Ztschr. f. Elektrochemie 35, S. 586, 1929 zu sprechen.

halbzahlige Maxima auftreten. Leider versteht man nicht, wie das ungestörte Gitter die Eigenschaft einer solchen planparallelen Platte haben soll. Zwar gibt es eine vorderste Schicht, die unter allen Umständen eine besondere Rolle spielt, aber es fehlt das Analogon zu der ebenfalls hervorgehobenen Rückfläche einer planparallelen Platte, wenn man nicht für jeden Versuch einzelne Mosaikkristallchen von gerade passender Dimension als wirksam annehmen will. Für solche einzelne Mosaikkristallchen würden die häufig gefundenen Unregelmäßigkeiten in der Intensität der einzelnen Beugungsordnungen bei verschiedenen Stückchen desselben Kristalls sprechen.

Im übrigen bleibt für Experiment wie Theorie hier noch vieles aufzuklären übrig.

#### 14. Die Maxima der Ordnungszahl Null

In einigen Kurven am NaCl, vgl. die Tabb. 3, 3a, 4a und 4b, ebenso bei der {111}-Fläche des KCl (vgl. S. 1104), kommen Maxima der Ordnungszahl Null vor (vgl. Fig. 7). Wir haben

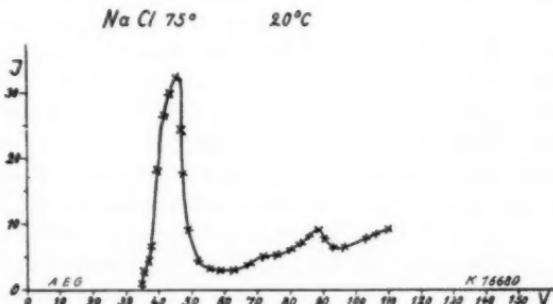


Fig. 7  
Reflexion an NaCl mit Maximum für  $j = 0$  (Tab. 3)

schnell dort darauf hingewiesen, daß dies bedeutet:  $\cos \vartheta_i = 0$ , der einfallende Strahl läuft nach der Brechung zur Grenze parallel. Aber wir haben jede tiefere Deutung dort verschoben.

Man versteht nun zwar leicht, daß die Spiegelungsintensität zunimmt, wenn man sich von dem Gebiete gewöhnlicher Spiegelung und Brechung her der Grenze der Totalreflexion nähert.

Aber warum sinkt sie wieder, wenn man diese Grenze überschritten hat? Es versteht sich wohl von selbst, daß dies nur an der molekularen Struktur der spiegelnden Fläche liegen kann, welche noch Strahlen anderer Richtung auftreten läßt.

Und in der Tat ist eine ähnliche Erscheinung an den optischen Gittern bekannt. Wood<sup>1)</sup> hat 1902 auffallende Intensitätsunterschiede in den von einem ebenen Metallgitter entworfenen kontinuierlichen Spektren beobachtet, und Rayleigh<sup>2)</sup> hat dies 1907 dahin deuten können, daß diejenigen Stellen im Spektrum hervorgehobene Intensität zeigen, für welche ein gebeugter Strahl (bei den Woodschen Versuchen ein Maximum dritter Ordnung) zur Gitterebene parallel verläuft. Rayleigh begründet dies theoretisch nicht mittels seiner Gittertheorie, sondern nur mittels eines akustischen Analogons. Unmittelbarer aber trifft die Sache die Gittertheorie von Voigt<sup>3)</sup>, die die Theorie von Rayleigh mit enthält, aber im Gegensatz zu ihr den von Wood beobachteten Einfluß der Polarisation auf die fragliche Erscheinung in ihren Formeln zu deuten vermag. Es muß nämlich der elektrische Vektor in der Einfallsalebene liegen, wenn jene Anomalien auftreten sollen.<sup>4)</sup> Es verdient Hervorhebung, daß nicht Voigts erste Näherung, welche das Verhältnis Furchentiefe zu Wellenlänge nur in der ersten Potenz beibehält, sondern erst die zweite diese Erklärung gibt, welche bis zu einem gewissen Grade die gegenseitige optische Beeinflussung der Furchen zum Ausdruck bringt.

Voigt knüpft diese Deutung an seine Gleichung (35) für die Intensität des regulär gespiegelten Strahles an; so daß sie sich auf die hier besprochene Elektronenreflexion fast noch besser übertragen läßt, als auf die optischen Beobachtungen Woods in einem Spektrum mit von Null verschiedener Ordnungszahl. Er weist darauf hin, daß die Spiegungsintensität maximal ist, wenn ein gebeugter Strahl zur Spiegelebene

1) R. W. Wood, Phil. Mag. **4**, S. 396. 1902.

2) Lord Rayleigh, Phil. Mag. **14**, S. 60. 1907.

3) W. Voigt, Göttinger Nachrichten 1911, S. 41.

4) Man beachte den Unterschied zwischen Voigts Gleichungen (35) und (40), bzw. (36) und (41) in Hinsicht auf den Einfluß des Richtungskosinus.

parallel läuft. Jede Veränderung, sei es der Wellenlänge, sei es der Einfallrichtung, verkleinert sie. Für ein vollkommen leitendes Spiegelmaterial sollte sie nach jeder Formel sogar unendlich werden, was aber natürlich nur auf ein Versagen der erreichten Näherung hinweist. Wir finden also genau das, was auch unsere Kurven zeigen.

Eine anschauliche Deutung läßt sich an die Gleichungen Voigts wohl nicht so leicht anschließen. Aber Ewalds schöne Theorie<sup>1)</sup> der Röntgenstrahlbeugung enthält eine Stelle, welche sich dazu eignet. Ewald spricht dort von den inhomogenen Wellen, die sich an der Grenzfläche eines den Halbraum erfüllenden Raumgitters ausbilden, und zeigt an seinen Gleichungen, daß deren Intensität um so geringer wird, je größer ihre Inhomogenität, d. h. der Amplitudenabfall mit zunehmendem Abstand von der Grenze ist. Er führt dies darauf zurück, daß die Phasen einer inhomogenen Welle um so geringere Geschwindigkeit besitzen, je größer die Inhomogenität. Die von den einzelnen Atomen ausgehenden sekundären Wellen haben aber die normale Phasengeschwindigkeit, wie die gewöhnlichen ebenen Wellen. Infolgedessen kommt es nie zu einer Verstärkung zwischen ihnen und der inhomogenen Welle, d. h. diese bleibt schwach. Nur wenn die Inhomogenität gerade verschwindet, also eine gewöhnliche ebene Welle der Grenzfläche genau parallel läuft, fällt dieser Unterschied fort. Die Amplitude der Welle wird groß und die Anregung der in der Grenzfläche und ihr naheliegenden Atome daher auch groß. Es erscheint die Folgerung zwingend, daß sich dies in einer besonderen Intensität der Spiegelung äußert, zumal ja die gespiegelte Welle aus der Überlagerung aller von den Atomen ausgehenden Einzelwellen besteht. Wenn Ewald nichts Derartiges in seinen Gleichungen findet, so liegt es wohl daran, daß er diesen Fall von der weiteren Überlegung ausdrücklich ausschließt.

Man erkennt hier ohne weiteres den Zug, den diese Überlegung mit Voigts Theorie gemeinsam hat. Es ist auch hier die gegenseitige Beeinflussung der in der Grenzfläche (oder

---

1) P. P. Ewald, Ann. d. Phys. **54**, S. 519 und 557. 1917; besonders S. 563 und 564.

ihr nahe) liegenden Gitterelemente, welche die in Frage stehende verstärkte Spiegelung verursacht. Daß bei Voigt eine senkrecht zur Einfallsebene (elektrisch) schwingende Welle sie nicht zeigt, liegt nur an dem Umstand, daß eine solche Welle parallel zur Grenzfläche nicht (oder nur sehr schwach) auftreten kann. Die elektrische Feldstärke läge ja selbst parallel zur Grenzfläche, kann also wegen der bekannten Grenzbedingungen an einem guten Leiter nicht groß sein.

Es leuchtet ein, daß sich diese anschauliche Erklärung auf die Elektronenwellen überträgt.

#### Zusammenfassung

Auf Grund der Gleichung (2), welche die kinematische Interferenztheorie für den Fall eines von 0 verschiedenen inneren Potentials, also eines von 1 verschiedenen Brechungsindex, formuliert, haben wir die Interferenzmaxima im direkt gespiegelten Elektronenstrahl an nichtmetallischen Kristallen zu deuten gesucht. Die gefundenen inneren Potentiale  $E_0$  stellen wir hier nochmals zusammen; wo verschiedene Meßreihen vorliegen, nehmen wir aus ihnen das Mittel.

Temperatur in Celsiusgraden	$20^\circ$	$80^\circ$	$200^\circ$	$270^\circ$	$370^\circ$
NaCl Steinsalz . . . . .	- 3,3		- 3,2		
synthetisch . . . . .	- 4,5			0,0	0,0 <sup>1)</sup>
KCl . . . . .	- 3,6		- 3,1	+ 0,1	0,0
KBr . . . . .			- 2,7		
PbI <sub>2</sub> aufgedampft . . . . .	- 2,0				
PbCl <sub>2</sub> . . . . .		- 1,4 <sup>2)</sup>			
TlCl . . . . .	- 0,5				
synthetisch . . . . .		0,0			
LiF . . . . .		0,0			
FeS <sub>2</sub> Pyrit . . . . .		+ 6,5			
PbS Bleiglanz . . . . .		+ 2,6			
CaF <sub>2</sub> Flußspat, tiefblau . . . . .			+ 4,6		
fast farblos . . . . .	- 4,5		- 3,2	+ 0,1	
CuI aufgedampft . . . . .		+ 2,8			
ZnS Zinkblende . . . . .	- 5,8				

Einen Unterschied zwischen verschiedenen Flächen desselben Kristalls haben die Versuche, soweit sie sich darauf bezogen, nicht ergeben.

1) Vgl. den Zusatz bei der Korrektur auf der nächsten Seite.

2) Dieser Wert ist weniger sicher, vgl. § 5.

Wir möchten aber betonen, daß die Werte an isolierenden Kristallen nicht ohne weiteres als die richtigen inneren Potentiale anzusprechen sind. Vielmehr dürften sie infolge des Steckenbleibens der Elektronen gegenüber den wahren Werten mehr oder minder herabgesetzt sein.

Bei der Deutung fallen besonders ins Auge die halbzahligen Maxima und die Maxima der Ordnungszahl 0. Von diesen handeln die §§ 13 und 14.

Berlin, 24. Februar 1930.

(Eingegangen 4. März 1930)

*Zusatz bei der Korrektur:*

Während des Druckes dieser Arbeit kamen am NaCl Messungen bei 270 und 370° C hinzu; beide Kurven liefern übereinstimmende Maxima.

Tabelle 4d

NaCl, {001}, 270° und 370° C,  $\vartheta = 60^\circ$ , Gegenspannung 7,5 Volt

$V$	(12)	19	(30)	42	58	
$j$	$1\frac{1}{2}$	2	$2\frac{1}{3}$	3	$3\frac{1}{2}$	
$E_0$	-0,3	0,0	0,0	+0,3	-0,2	Mittel 0,0 Volt

Dies bekräftigt die für KCl und CaF<sub>2</sub> und ihr Verhalten bei erhöhter Temperatur gezogenen Schlüsse (vgl. §§ 2 und 10).

**Notiz zur Dynamik der Randschichten  
eines Kristalls vom NaCl-Typus**

**Zusatz zu der vorhergehenden Arbeit  
von M. v. Laue und E. Rupp**

**Von M. v. Laue**

In der im Titel genannten Untersuchung zeigt sich an den Versuchen über Elektronenbeugung, daß der dabei in Betracht kommende Netzebenenabstand  $d$  innerhalb der freilich ziemlich weiten Fehlern Grenzen denselben Wert hat, den man aus röntgenographischen Untersuchungen kennt.<sup>1)</sup> Das scheint zunächst sehr sonderbar; denn für die Beugung von Röntgenstrahlen spielen stets Hunderte, wenn nicht Tausende von Netzebenen eine Rolle, während nach der erwähnten Untersuchung (§ 1) dafür höchstens die ersten 20 zusammenwirken. Die folgenden Ausführungen sollen dies Ergebnis wenigstens plausibel machen. Zu einer wirklichen, quantitative Aussagen ermöglichen Theorie reichen sie nicht hin.

Wir knüpfen nämlich an eine Untersuchung von Madelung<sup>2)</sup> aus dem Jahr 1919 an, welche die Dynamik der zu einer 001-Ebene parallelen Grenzschicht eines Kristalls vom NaCl-Typus behandelt, und zwar unter der Annahme, daß nur unmittelbar benachbarte Atome aufeinanderwirken. Und wir tun nichts anderes, als daß wir seine Ergebnisse etwas eingehender als er selbst erörtern. In dieser Annahme liegt die Unzulänglichkeit der folgenden Rechnungen begründet.

Wir bezeichnen in engster Anlehnung an Madelung mit  $u_+^{(n)}$  und  $u_-^{(n)}$  die Verrückungen eines positiven bzw. negativen Ions, welches der  $n$ ten Schicht (von außen gerechnet) angehört, in der Richtung normal zur Grenzfläche: andere

1) Dasselbe gilt für Elektroneninterferenzen an Metallen.

2) E. Madelung, Phys. Z. 20. S. 494. 1919.

Verrückungskomponenten fehlen aus Symmetriegründen. Die Kraft zwischen zwei Ionen gleicher Art beschreiben wir durch die als Funktion von  $\sigma = r^2$  gegebenen Potentiale  $\Phi_+(\sigma)$  und  $\Phi_-(\sigma)$ , die zwischen zwei Ionen verschiedener Art durch  $\Phi(\sigma)$ . Es gehen aber, sofern die Verrückungen klein genug sind, von diesen nach Borns Gittertheorie nur die für die unverrückten Lagen gebildeten Ableitungen

$$(1a) \quad 2 \frac{d\Phi}{d\sigma} = P \quad 2 \frac{d^2\Phi}{d\sigma^2} = Q$$

(ebenso für die Indices + und -) in die Rechnung ein<sup>1)</sup>, und auch diese nur in den Kombinationen

$$\begin{aligned} A_+ &= 4P_+ + a^2Q_+ & B_+ &= 4(P_+ + P) \\ A_- &= 4P_- + a^2Q_- & B_- &= 4(P_- + P) \\ A &= P + \frac{1}{4}a^2Q & B &= 4P \end{aligned}$$

$a$  ist die Gitterkonstante.<sup>2)</sup> Der Ausdruck für die Kraft auf ein positives Ion der  $n$ ten Schicht lautet dann nach Madelung:

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} X_+^{(n)} = -u_+^{(n)}(2A_+ + 2A + B) \\ \quad + (u_+^{(n+1)} + u_+^{(n-1)})A_+ + u_-^{(n)}B + (u_-^{(n+1)} + u_-^{(n-1)})A; \end{array} \right.$$

nur für  $n = 1$  (die oberste Schicht) fallen gewisse Summanden aus, so daß er dann lautet:

$$(2) \quad X_+^{(1)} = -u_+^{(1)}(A_+ + A_- + B) + u_+^{(2)}A_+ + u_-^{(1)}B + u_-^{(2)}A + \frac{1}{2}B_+a.$$

Entsprechend gilt für ein negatives Ion, falls  $n > 1$ ,

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} X_-^{(n)} = -u_-^{(n)}(dA_- + 2A + B) \\ \quad + (u_-^{(n+1)} + u_-^{(n-1)})A_- + u_+^{(n)}B + (u_+^{(n+1)} + u_+^{(n-1)})A; \end{array} \right.$$

für  $n = 1$  aber

$$(4) \quad X_-^{(1)} = -u_-^{(1)}(A_- + A + B) + u_-^{(2)}A_- + u_+^{(1)}B + u_+^{(2)}A + \frac{1}{2}B_-a.$$

Im Gleichgewicht müssen alle diese Kräfte Null sein. Durch Addition aller so entstehenden Gleichungen unter Berücksichtigung der Bedingung, daß  $u_+^{(n)}$  und  $u_-^{(n)}$  mit wachsendem  $n$  verschwinden, folgert Madelung die Gleichgewichtsbedingung

$$(4a) \quad B_+ + B_- = 0 \quad \text{oder} \quad B_+ = -B_- = 2(P_+ - P_-)$$

1) M. Born, Dynamik der Kristallgitter, Leipzig und Berlin 1915, S. 20 u. 21.

2) Madelung bezeichnet mit  $a$  die halbe Gitterkonstante, daher führen gewisse Unterschiede der obigen Formeln von den seinen.

Sie ermöglichte, falls die Funktionen  $\Phi_+$ ,  $\Phi_-$  und  $\Phi$  wirklich gegeben wären, die Berechnung der Gitterkonstanten  $a$ .

Indem Madelung sodann den Ansatz

$$u_+^{(n)} = u_+^{(1)} \alpha^{n-1} \quad u_-^{(n)} = u_-^{(1)} \alpha^{n-1}$$

macht, reduzieren sich die Bestimmungsgleichungen (1)–(4) auf die folgenden linearen Beziehungen:

$$(5) \quad \begin{cases} u_+^{(1)} (-A_+ (1 + \alpha^2) + \alpha (2 A_+ + 2 A + B)) \\ -u_-^{(1)} (A (1 + \alpha^2) + \alpha B) = 0 \end{cases}$$

$$(6) \quad \begin{cases} -u_+^{(1)} (A (1 + \alpha^2) + \alpha B) \\ +u_-^{(1)} (-A_- (1 + \alpha^2) + \alpha (2 A_- + 2 A + B)) = 0 \end{cases}$$

$$(7) \quad u_+^{(1)} (A_+ (1 - \alpha) + A + B) - u_-^{(1)} (B + \alpha A) = -\frac{1}{2} B_+ a$$

$$(8) \quad -u_+^{(1)} (B + \alpha A) + u_-^{(1)} (A_- (1 - \alpha) + A + B) = -\frac{1}{2} B_- a$$

Den Ansatz rechtfertigt es, daß diese 4 Gleichungen für die 3 Unbekannten  $u_+^{(1)}$ ,  $u_-^{(1)}$  und  $\alpha$  nicht unabhängig sind. Denn eliminiert man  $\alpha$  einmal aus (5) und (6), das andere Mal aus (7) und (8) (beidemal durch Addition der Gleichungen), so findet man übereinstimmend:

$$(8a) \quad \frac{u_+^{(1)}}{u_-^{(1)}} = -\frac{A_- + A}{A_+ + A}.$$

Soweit führt Madelung die Rechnung; wir fügen noch die folgenden, sich durch Auflösung der Gleichungen (5) bis (8) in Hinblick auf (4a) ergebenden Formeln hinzu:

$$(9) \quad \alpha = C \pm \sqrt{C^2 - 1}, \quad C = \frac{(A_+ + A)(A_- + A) + \frac{1}{2} B(A_+ + A_- + 2A)}{A_+ A_- - A^2}$$

$$(10) \quad \begin{cases} \frac{\frac{1}{2}(u_+^{(1)} + u_-^{(1)})}{a} \\ = \frac{\frac{1}{2}(A_+ - A_-)(P_+ - P_-)}{(A_+ + A)(A_- + A) + B(A_+ + A_- + A) - \alpha(A_+ A_- - A^2)} \end{cases}$$

$$(11) \quad \begin{cases} \frac{u_+^{(1)} - u_-^{(1)}}{a} \\ = \frac{-(A_+ + A_- + 2A)(P_+ - P_-)}{(A_+ + A)(A_- + A) + B(A_+ + A_- + 2A) - \alpha(A_+ A_- - A^2)} \end{cases}$$

Zur Diskussion fragen wir zunächst nach den Vorzeichen der 6 Konstanten  $A$  und  $B$ . Denken wir von den in (Gl. 1) auftretenden Verrückungen nur  $u_{+}^{(n+1)}$  und  $u_{+}^{(n-1)}$  von Null verschieden, diese aber einander gleich. Die Kraft  $X_n$  muß dann dasselbe Vorzeichen haben wie sie, da das Ion, auf welches  $X_n$  wirkt, die Tendenz zu einer gleichsinnigen Verschiebung zeigen muß; d. h.  $A_+$  ist positiv. Aber auch  $B$  und  $A$  müssen positiv sein; das erste, weil bei Verrückung aller negativen Ionen der  $n$ ten Schicht das hier hervorgehobene, positive Ion infolge der Anziehung mitgenommen wird, das zweite, weil dasselbe gilt, wenn die negativen Ionen der beiden Nachbarschichten die gleichen Verrückungen zeigen.<sup>1)</sup> Dann ergibt sich der Koeffizient von  $u_{+}^{(n)}$  in (1) als negativ, wie es sein muß, falls überhaupt ein stabiles Gleichgewicht da sein soll. Aus (3) folgt dann noch, daß auch  $A_-$  positiv ist. Wegen (4a) ist entweder  $B_+$  positiv und  $B_-$  negativ, oder umgekehrt. Den mathematisch möglichen Fall, daß beide  $B$ -Werte Null sind, schließen wir als in der Natur schwerlich verwirklicht von der Betrachtung aus; die Kraftgesetze zwischen je zwei positiven und zwei negativen Ionen werden immer etwas verschieden lauten, sowie wir nicht nur die von den Gesamtladungen herrührenden Abstößungen berücksichtigen, sondern auch die nach Born und anderen Autoren unumgänglichen, von der Ausdehnung der Atome herrührenden Abstößungen.

Da nun alle  $C$  bestimmenden Größen  $A_+$ ,  $A_-$ ,  $A$  und  $B$  positiv sind, ist  $|C| > 1$ . Da sie alle von der gleichen Größenordnung sein dürften, schließen wir, daß wir für diese rohe Abschätzung sogar  $|C|$  als  $\gg 1$  betrachten dürfen. Das Vorzeichen von  $C$  stimmt mit dem des Nenners  $A_+ A_- - A^2$  überein. Ist  $C > 1$ , so gilt, da  $|\alpha| < 1$  sein muß,

$$\alpha = C - \sqrt{C^2 - 1} = \frac{1}{2C} > 0;$$

ist  $C < -1$ , hingegen

$$\alpha = C + \sqrt{C^2 - 1} = \frac{1}{2C} < 0.$$

---

1) Daß  $B > 0$ , folgt schon nach (1a) daraus, daß zwischen verschiedenenartigen Ionen Anziehung herrschen muß, zum Ausgleich gegen die sonstigen, lediglich abstoßenden Kräfte.

In beiden Fällen ist  $|\alpha| \ll 1$ . Die Verrückungen nehmen mit zunehmenden  $n$  rasch ab. Im letzteren Fall haben die Verrückungen derselben Ionenart in benachbarten Schichten entgegengesetzte Werte. Der im Nenner von (10) und (11) vorkommende Summand

$$\begin{aligned} -\alpha(A_+ A_- - A^2) &= -\frac{1}{2C}(A_+ A_- - A^2) \\ &= -\frac{(A_+ A_- - A^2)^2}{2(A_+ + A)A_- + A + B(A_+ + A_- + 1A)} \end{aligned}$$

ist stets negativ, aber so klein gegen den davorstehenden Summanden  $(A_+ + A)(A_- + A) + B(A_+ + A_- + 2A)$ , daß man ihn vernachlässigen kann.

Unterscheiden sich nun die Kraftgesetze zwischen den positiven Ionen einerseits und den negativen Ionen andererseits nur wenig, so sind die Differenzen  $(A_+ - A_-)$ ,  $(P_+ - P_-)$ , klein gegen  $A_+$  und  $A_-$  selbst. Diese Voraussetzung wird in besonders hohem Maße erfüllt sein bei KCl, da dort beide Ionenarten die Elektronenverteilung des Argons zeigen. Aber auch bei NaCl wird der Edelgascharakter beider Ionen für die Gültigkeit der Annahme ausreichen. Nach (10) und (11)

sind dann die Zahlen  $\frac{u_+^{(1)} - u_-^{(1)}}{a}$  und  $\frac{\frac{1}{2}(u_+^{(1)} + u_-^{(1)})}{a}$  klein gegen 1. Aber während die erste nur klein ist von der ersten Ordnung, ist die zweite, welche wegen der Kleinheit von  $\alpha$  mit der Abstandsänderung des äußersten Netzebenenpaars so ziemlich identisch ist, klein von der zweiten Ordnung. Dies, sowie die schnelle Abnahme dieser Abstände nach innen, erklärt wohl hinreichend, warum die bisherigen Elektronenbeugungsversuche überhaupt keine Änderung des Netzebenenabstandes haben erkennen lassen.

Mit der Differenz  $u_+^{(1)} - u_-^{(1)}$  hängt, wie Madelung betont, ein Potentialsprung vom Betrage

$$-\frac{2e}{a^4} \frac{u_+^{(1)} - u_-^{(1)}}{1 - \alpha} \quad (e \text{ Elementarladung})$$

zusammen; dieser ist aber nicht identisch mit dem inneren Potential  $E_o$ , von welchem die vorstehende Arbeit redet. Vielmehr ergäbe es in einem nichtleitenden Kristall schon

ohne alle Ladungsverschiebungen an den Grenzen ein von Null verschiedenes inneres Potential.<sup>1)</sup> Der genannte Potential-sprung käme zu ihm additiv hinzu. Eine Diskussion darüber aber hat wohl erst dann einen Zweck, wenn es gelingt, dies  $E_0$  zu messen. Die vorstehende Arbeit betont ausdrücklich, daß ihr dies bei den nichtleitenden Kristallen nicht gelungen ist.<sup>2)</sup>

1) M. v. Laue, Berliner Sitzungsberichte 1930, S. 26.

2) Gar nicht zuzustimmen vermögen wir der Berechnung der Änderung des Netzebenenabstandes durch J. E. Lennard-Jones und B. M. Dent (Proc. Roy. Soc. A. 121. S. 247. 1928), da sie für die positiven und negativen Ionen derselben Schicht gleichgroße Verschiebungen in derselben Richtung voraussetzen. Denn so viel scheint uns trotz aller Mängel an Madelungs Berechnung richtig, daß nach Gl. (8a) die Verschiebungen entgegengesetzte Richtungen haben, und deshalb wesentlich größer sind, als die Änderung des Netzebenen-abstandes.

(Eingegangen 25. März 1930)

*Die spektralen Erregungsverteilungen  
der Phosphoreszenzbanden  
bei verschiedenen Temperaturen*

*Von Ferdinand Schmidt*

(Aus dem Radiologischen Institut der Universität Heidelberg)

(Mit 5 Figuren)

**I. Vorbemerkung**

Über das Verhalten der spektralen Verteilung der Dauererregung und Momentanerregung einer Phosphoreszenzbande bei veränderter Temperatur ist bisher bekannt:

1. Bei Temperaturerhöhung tritt eine geringe Verschiebung der Dauererregungsstellen nach den längeren Wellen des Spektrums ein.<sup>1)</sup> Der Sinn der Verschiebungen entspräche nach der Auffassung des Dauerzentrums als elektrischen Resonator<sup>2)</sup> einer Vergrößerung der Dielektrizitätskonstante des Phosphors bei Temperaturerhöhung. Solche Vergrößerung ist in der Tat nachgewiesen<sup>3)</sup> und zwar ganz in dem zu erwartenden Maße. Außerdem ist durch Verschiebungsmessungen bei mehreren aufeinanderfolgenden Dauererregungsstellen einer und derselben Bande eines Phosphors festgestellt, daß sie eine gemeinsame Verschiebung so weit genau zeigen, als die Messungen ausgeführt werden konnten.<sup>4)</sup>

2. Beim Übergang zu Temperaturen des oberen und ebenso des unteren Momentanzustandes einer Phosphoreszenzbande verschwindet die Dauererregungsverteilung völlig und nur die von ihr verschiedene Verteilung der Momentanerregung bleibt übrig.<sup>5)</sup> Daß das Momentanleuchten in seiner besonderen Ver-

1) Wien-Harms, Handbuch XXIII. 1. Teil. S. 80. Tab. 10.

2) P. Lenard, Ann. d. Phys. **31**. S. 661. 1910.

3) F. Schmidt, Ann. d. Phys. **44**. S. 329. 1914.

4) K. Gerard, Diss. Heidelberg. 1921. S. 67. Tab. 14.

5) P. Lenard, Ann. d. Phys. **31**. S. 663. 1910.

teilung auch bei den Temperaturen des Dauerzustandes der Bande vorhanden ist, ist bei großen erregenden Intensitäten unmittelbar erkennbar.

3. Das Momentanleuchten ist bei den Temperaturen des Dauerzustandes und des oberen Momentanzustandes in gleichbleibender Intensität vorhanden, unbeeinflußt von den für das Dauerleuchten so charakteristischen Temperaturzuständen.<sup>1)</sup> In der Kälte scheint die Intensität des Momentanleuchtens in vielen Fällen zu wachsen.<sup>2)</sup>

Die genannten Beobachtungen, mit Ausnahme derjenigen über die Intensität des Momentanleuchtens bei hohen Temperaturen, sind in einfacher Weise durch okulare Betrachtung einer im erregenden Spektrum ausgebreiteten Phosphorschicht, ohne die Energieverteilung des erregenden Spektrums zu kennen, ausgeführt worden. Die folgende Untersuchung stellt sich darüber hinausgehend die Aufgabe, die Veränderungen der spektralen Erregungsverteilung von Phosphoreszenzbanden bei verschiedenen Temperaturen in einem Spektrum mit gleicher Energie aller Wellenlängen quantitativ mit Hilfe lichtelektrischer Photometrie des erregten Bandenlichtes festzustellen.

## II. Die Versuchsanordnung

Die Versuchsanordnung war dem Zwecke der Untersuchung angepaßt. Ihr Aufbau war der folgende:

1. *Die erregende Lichtquelle.* Erregt wurden die zu untersuchenden Phosphore durch das violette und ultraviolette Spektrum des Quecksilberbogens. Erzeugt wurde das Spektrum durch den großen spaltlosen Quarzspektralapparat mit einer Quecksilberlampe als Lichtquelle, der besonders zum Studium der Erregungsverteilungen von Phosphoren nach den Angaben Hrn. Lenards gebaut worden ist.<sup>3)</sup> In der Bildebene des Spektrums befand sich ein verstellbarer Spalt, der aus dem gesamten Spektrum die gewünschte Quecksilberlinie auszusondern erlaubte. Der Spalt wurde für jede benutzte Wellenlänge der Breite des Lampenbildes angepaßt. Das Spektrum konnte über den feststehenden Spalt hinweg verschoben werden.

1) H. Kuppenheim, Ann. d. Phys. **70**, S. 107. 1923 und  
F. Schmieder, Ann. d. Phys. **77**, S. 405. 1925.

2) P. Lenard, Ann. d. Phys. **31**, S. 665. 1910.

3) Wien-Harms, Handbuch XXIII. 1. Teil. S. 70. 1928.

2. *Die Phosphorschicht mit der Heizvorrichtung.* Unmittelbar unter dem Spalt befand sich der zu untersuchende Phosphor, feingepulvert in einem Trog auf einer elektrischen Heizvorrichtung<sup>1)</sup> liegend. Die Phosphorschicht war unter einem Winkel von 45° zur Horizontalen geneigt. Sie war bei den Versuchen teils mit einer dünnen Quarzplatte bedeckt, teils unbedeckt gelassen. Die Ermittlung der Temperatur der Phosphorschicht geschah mittels eines Thermoelementes und eines Galvanometers.

3. *Die Messung der auf den Phosphor fallenden Lichtenergie.* An die Stelle der Phosphorschicht konnte nach jedem Versuche eine empfindliche Flächenthermosäule geschoben werden, auf die das Licht der zur Erregung benutzten Hg-Linie durch den Spalt von oben fiel. Ihre Lage relativ zum Spalt wurde durch Anschläge gewährleistet und war bei allen Versuchen die gleiche. Zur Messung der Thermoströme diente ein hochempfindliches Galvanometer. Thermosäule und Galvanometerzuleitungen waren gegen Wärmestrahlung weitgehend geschützt.

4. *Die Messung der vom Phosphor ausgestrahlten Lichtenergie.* Sie geschah mit Hilfe einer lichtelektrischen Kammer<sup>2)</sup>, bestehend aus einer Rubidiumzelle, welche in einem licht- und luftdicht verschlossenen Metallkasten stand, dessen Inneres durch Phosphorsäure trocken gehalten wurde. An den Platinendraht der Zelle, die innen dicht an der Lichteinlaßöffnung stand, war dauernd eine positive Spannung von 100 Volt gelegt. Vom Metallbelag der Zelle führte ein Draht isoliert und elektrostatisch geschützt zu einem Einfadenelektrometer, dessen Aufladung während der Belichtung der Zelle ein Maß für die eingestrahlte Lichtenergie ist. Die Konstanz der lichtelektrischen Einrichtung wurde durch eine in 2 m Abstand von der Kammeröffnung aufgestellte Hefnerlampe kontrolliert. Das vom Phosphor ausgestrahlte Bandenlicht wurde von einer Glaslinse gesammelt und auf die lichtempfindliche Schicht der Zelle geworfen. Um den Eintritt erregenden Lichtes in die Kammer zu vermeiden, war die Kammeröffnung mit einem Filter verschlossen, der nur den Spektralbereich des zu messenden Bandenlichtes hindurchließ.

1) Wien-Harms, Handbuch XXIII. 1. Teil. S. 119. Fig. 30. 1928.

2) Wien-Harms, Handbuch XXIII. 1. Teil. S. 118. Fig. 29. 1928.

5. Die untersuchten Phosphore. Es waren einige normale BaSCu-Phosphore und mehrere CaSMn-Phosphore verschiedenen Metallgehaltes.<sup>1)</sup> Untersucht wurden nur die roten und gelben  $\alpha$ -Banden.

### III. Die Versuchsweise

Die Versuche bei einer bestimmten Temperatur des Phosphors verliefen in folgender Weise:

Der flächenhaft im Troge ausgebreitete unerregte Phosphor wurde im Dunkeln auf die Heizvorrichtung gebracht und dort auf einer Temperatur bestimmter Höhe gehalten. Er befand sich dabei mit seiner Fläche unter einem Winkel von  $45^\circ$  zur Horizontalen geneigt in geringem Abstand unterhalb des Spaltes des Quarzspektralapparates. Er konnte so von oben her monochromatisch erregt werden und gleichzeitig sein Bandenlicht in wagrechter Richtung in die lichtelektrische Kammer strahlen. Mit dem Beginne der Erregung des Phosphors setzte auch die Messung seines ausgestrahlten Bandenlichtes durch die lichtelektrische Wirkung in der Zelle ein. Der Beobachter registrierte mit Hilfe eines Morseschreibers die Zeit, in der der Elektrometerfaden einen bestimmten Skalenbereich durchlief. Die Anzahl der Skalenteile in der Sekunde ergab ein Maß für die Intensität des vom Phosphor während der monochromatischen Erregung ausgestrahlten Bandenlichtes. Unmittelbar nach dieser Beobachtung wurde eine Thermosäule an die Stelle des Phosphors gesetzt und die Energie des auf den Phosphor fallenden erregenden Lichtes gemessen.<sup>2)</sup>

### IV. Die Versuchsergebnisse

Die graphische Darstellung der Fig. 1 zeigt die Erregungsverteilung eines normalen BaSCu  $\alpha$ -Phosphors bei den Temperaturen  $20^\circ$  und  $80^\circ$  C. Die Abszissen sind die Wellenlängen des erregenden Quecksilberbogenlichtes, die Ordinaten geben die Intensitäten des Bandenlichtes für gleiche auf die Phosphor-

1) Über die Zusammensetzung und die Eigenschaften der BaSCu-Phosphore vgl. Wien-Harms, Handbuch XXIII. 1. Teil. S. 378. Abschnitt 370. 1928 und der CaSMn-Phosphore, ebendort, S. 327. Abschnitt 351.

2) Bei den Vorversuchen zu den Messungen haben mir in-bereitwilliger Weise die Herren Dr. Steyer und Dr. Zimmermann geholfen, wofür ihnen auch an dieser Stelle gedankt sei.

schicht fallende Lichtenergie wieder. Die Erregungsverteilung des Momentanleuchtens (der Fluoreszenz) und die Erregungsverteilung des Dauerleuchtens (der Phosphoreszenz) lagern sich bei diesen Temperaturen übereinander.<sup>1)</sup> Man bemerkt besonders ausgeprägt zwei Maxima des Dauerleuchtens, von denen das eine bei  $350 \mu\mu$  ungefähr doppelt so intensiv ist, wie das zweite bei  $280 \mu\mu$ . Solche Intensitätsunterschiede zwischen den einzelnen Maxima einer Erregungsverteilung würden bei der gewöhnlichen Beobachtungsweise ohne Kenntnis der Energie-

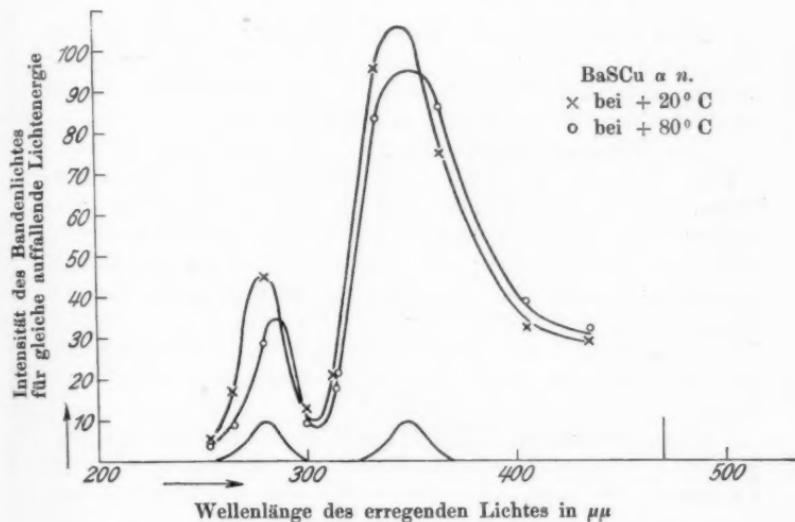


Fig. 1

verteilung des erregenden Spektrums nicht in so deutlicher Weise beobachtet werden können wie hier. Die spektrale Lage der beiden Dauererregungsstellen ist die gleiche, wie sie bei okularer Beobachtung der Phosphorschicht im erregenden Spektrum erhalten wird. Zum Vergleich ist in der Figur die mit dem Auge beobachtete spektrale Verteilung der Dauererregung in der bisher üblichen Zeichenweise eingetragen.

1) Bemerkenswert ist das Fehlen der Ultravioletterregung bei diesem Phosphor. Auch bei okularer Beobachtung der Phosphorschicht im erregenden Spektrum war sie nicht zu sehen.

Bei Erhöhung der Temperatur des Phosphors von 20° auf 80° C verschiebt sich die Dauererregungsverteilung deutlich nach längeren Wellen. Die Verschiebung beträgt im Mittel  $4 \mu\mu$  für 60° C. Berechnet man auf Grund des in der Vorbemerkung erwähnten Zusammenhangs zwischen der Wellenlängenverschiebung der d-Maxima und der Änderung der Dielektrizitätskonstante des Phosphors den Temperaturkoeffizienten derselben unter Benutzung der Beziehung

$$\frac{1}{2} \frac{\delta \epsilon}{\epsilon} = \frac{\delta \lambda}{\lambda} \quad (\text{für } \lambda = 350 \mu\mu \text{ und } 280 \mu\mu),$$

so erhält man für  $\delta \epsilon$  die Werte 0,0030 bzw. 0,0038. In der Tat ergab eine eingehende Messung<sup>1)</sup> des Temperaturkoeffizienten der Dielektrizitätskonstante des untersuchten Phosphors einen mittleren Wert von 0,0034 für  $\delta \epsilon$ .

Die Erregungsverteilung bei 100° und 125° C zeigt für denselben Phosphor die Fig. 2. Das kurzwellige Maximum der Dauererregung hat bei 100° C schon sehr an Intensität verloren und ist bei 125° C verschwunden. Das langwellige Maximum der Dauererregung hält sich länger; es ist bei 125° C noch zu erkennen. Das Verschwinden der Maxima der Dauererregung ist also beim Übergang der Bande zum oberen Momentanzustand ein ganz allmähliches, kann aber für die einzelnen Maxima einer Verteilung verschieden schnell erfolgen.

Einen neuartigen Anblick bietet die Verteilung der Erregung im oberen Momentanzustand der Bande (Fig. 3). Die Ordinaten der graphischen Darstellung dieser Figur sind im Vergleich zu jenen der Figg. 1 und 2 verdoppelt). Bisher war von der Momentanerregung eines jeden Phosphors bekannt, daß sie sich über einen großen Teil des Ultravioletts erstrecke mit einem breiten Bereich maximalen Leuchtens.<sup>2)</sup> Fräulein I. Schaper<sup>3)</sup> beobachtete zuerst ein Minimum in der Momentanerregungsverteilung einiger CaSSb-Phosphore. Nach den Ergebnissen der vorliegenden Arbeit besitzt auch die Momentan-

1) Über die Messung von Temperaturkoeffizienten der Dielektrizitätskonstante von Phosphoren vgl. F. Schmidt, Ann. d. Phys. **44**, S. 329 ff. 1914; über die Messung von Dielektrizitätskonstanten F. Schmidt, Ann. d. Phys. **64**, S. 719. 1921.

2) P. Lenard, Ann. d. Phys. **31**, S. 647. 1910.

3) J. Schaper, Ann. d. Phys. **85**, S. 919. 1928.

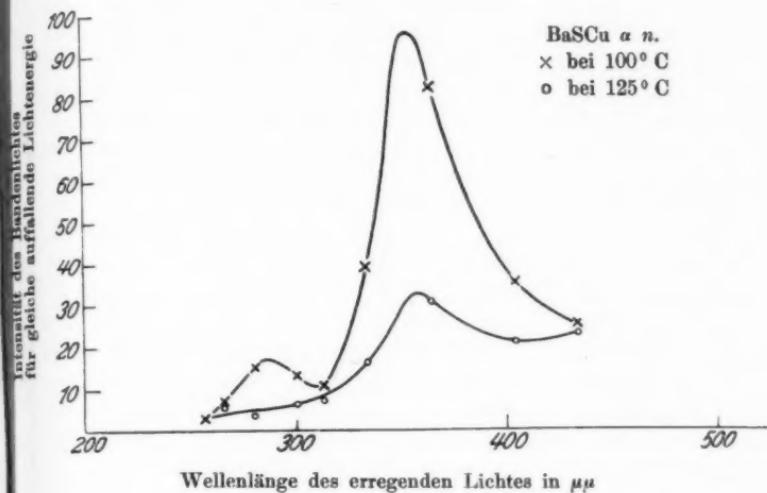


Fig. 2

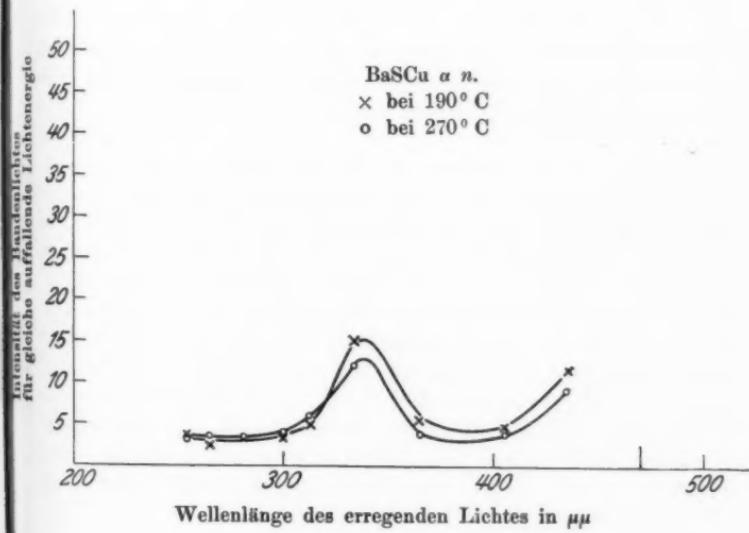


Fig. 3

Bei Erhöhung der Temperatur des Phosphors von  $20^{\circ}$  auf  $80^{\circ}$  C verschiebt sich die Dauererregungsverteilung deutlich nach längeren Wellen. Die Verschiebung beträgt im Mittel  $4 \mu\mu$  für  $60^{\circ}$  C. Berechnet man auf Grund des in der Vorbemerkung erwähnten Zusammenhangs zwischen der Wellenlängenverschiebung der d-Maxima und der Änderung der Dielektrizitätskonstante des Phosphors den Temperaturkoeffizienten derselben unter Benutzung der Beziehung

$$\frac{1}{2} \frac{\delta s}{s} = \frac{\delta \lambda}{\lambda} \quad (\text{für } \lambda = 350 \mu\mu \text{ und } 280 \mu\mu),$$

so erhält man für  $\delta \epsilon$  die Werte 0,0030 bzw. 0,0038. In der Tat ergab eine eingehende Messung<sup>1)</sup> des Temperaturkoeffizienten der Dielektrizitätskonstante des untersuchten Phosphors einen mittleren Wert von 0,0034 für  $\delta \epsilon$ .

Die Erregungsverteilung bei  $100^{\circ}$  und  $125^{\circ}$  C zeigt für denselben Phosphor die Fig. 2. Das kurzwellige Maximum der Dauererregung hat bei  $100^{\circ}$  C schon sehr an Intensität verloren und ist bei  $125^{\circ}$  C verschwunden. Das langwellige Maximum der Dauererregung hält sich länger; es ist bei  $125^{\circ}$  C noch zu erkennen. Das Verschwinden der Maxima der Dauererregung ist also beim Übergang der Bande zum oberen Momentanzustand ein ganz allmähliches, kann aber für die einzelnen Maxima einer Verteilung verschieden schnell erfolgen.

Einen neuartigen Anblick bietet die Verteilung der Erregung im oberen Momentanzustand der Bande (Fig. 3). Die Ordinaten der graphischen Darstellung dieser Figur sind im Vergleich zu jenen der Figg. 1 und 2 verdoppelt. Bisher war von der Momentanerregung eines jeden Phosphors bekannt, daß sie sich über einen großen Teil des Ultravioletts erstrecke mit einem breiten Bereich maximalen Leuchtens.<sup>2)</sup> Fräulein I. Schaper<sup>3)</sup> beobachtete zuerst ein Minimum in der Momentanerregungsverteilung einiger CaSSb-Phosphore. Nach den Ergebnissen der vorliegenden Arbeit besitzt auch die Momentan-

1) Über die Messung von Temperaturkoeffizienten der Dielektrizitätskonstante von Phosphoren vgl. F. Schmidt, Ann. d. Phys. **44**, S. 329 ff. 1914; über die Messung von Dielektrizitätskonstanten F. Schmidt, Ann. d. Phys. **64**, S. 719. 1921.

2) P. Lenard, Ann. d. Phys. **31**, S. 647. 1910.

3) J. Schaper, Ann. d. Phys. **85**, S. 919. 1928.

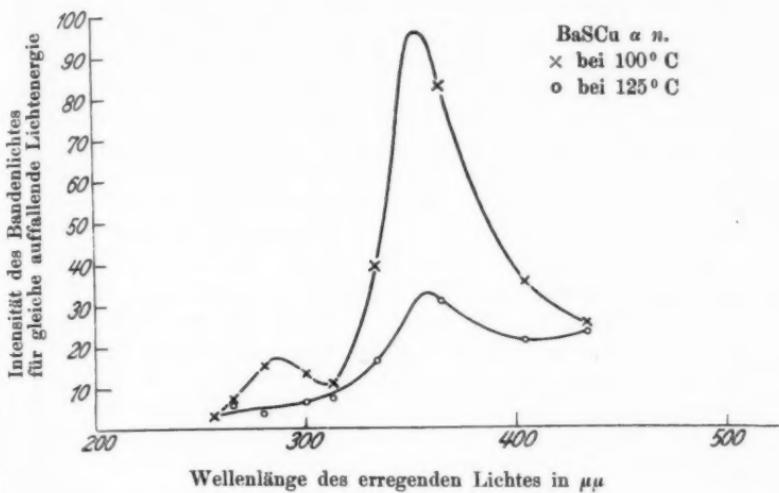


Fig. 2

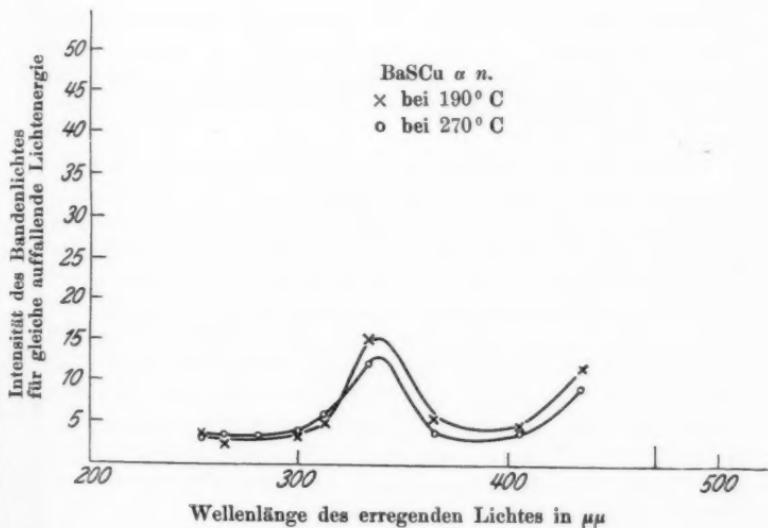


Fig. 3

erregung deutlich erkennbare Maxima und Minima in ihrer spektralen Verteilung, ähnlich denen der Dauererregung. Man findet bei dem untersuchten normalen BaSCu  $\alpha$ -Phosphor zwei Maxima der Momentanerregung, eines bei  $340 \mu\mu$  und ein zweites bei etwa  $440 \mu\mu$  (vgl. Fig. 8). Die verwaschene langwellige Grenze der Momentanerregungsverteilung ist in der Figur nach okularer Beobachtung durch einen senkrechten Strich bei  $470 \mu\mu$  angegeben. Die Maxima der Momentanerregung liegen, wie man durch Vergleich der Figg. 1 und 3 erkennt, an ganz anderen Stellen des erregenden Spektrums als die Maxima der Dauererregung. Die Maxima der Momentanerregung gehören der gelbroten Bande des Kupfers im BaS an, wie aus zahlreichen Beobachtungen der gelroten Fluoreszenz dieses Phosphors bei hohen Temperaturen hervorging. Ein Mitwirken der grünen Hitzebande des Phosphors bei den Versuchen ist ausgeschlossen, da das Filter vor der lichtelektrischen Zelle das grüne Licht absorbiert.

Die Fig. 4 zeigt die Ergebnisse der Versuche für einen normalen CaSMn  $\alpha$ -Phosphor bei den Temperaturen  $20^\circ$  und  $270^\circ$  C. Die Erregungsverteilung gehört in der Hauptsache der Dauererregung zu; von der Momentanerregung ist wenig zu bemerken. Die Maxima der Dauererregung verlieren in der Hitze an Intensität, verschwinden aber selbst bei Temperaturen zwischen  $300$  und  $400^\circ$  C noch nicht vollständig, so daß eine genaue Ermittlung der Momentanerregungsverteilung nicht möglich war.

Anders ist die Sachlage bei CaSMn  $\alpha$ -Phosphoren mit übernormalem Metallgehalt. Durch Vermehrung der Metallmenge im Phosphor läßt sich die Intensität des Momentanleuchtens erheblich steigern.<sup>1)</sup> Die Fig. 5 zeigt die Versuchsergebnisse für einen 30fach normalen CaSMn  $\alpha$ -Phosphor. Bei  $20^\circ$  C treten aus der Momentanerregungsverteilung zwei deutlich ausgeprägte Maxima des Dauerleuchtens hervor. Bei  $120^\circ$  C sind diese vollständig verschwunden und die Momentanerregung ist allein für sich vorhanden. Bei  $190^\circ$  C prägt sich ihre Struktur besser aus. Man erkennt zwei Maximalstellen der Momentanerregung bei  $265 \mu\mu$  und bei etwa  $325 \mu\mu$ , die auch bei allen anderen untersuchten übernormalen CaSMn  $\alpha$ -Phosphoren an denselben Stellen des Spektrums lagen.

1) J. Hirsch, Diss. Heidelberg, 1912. S. 41.

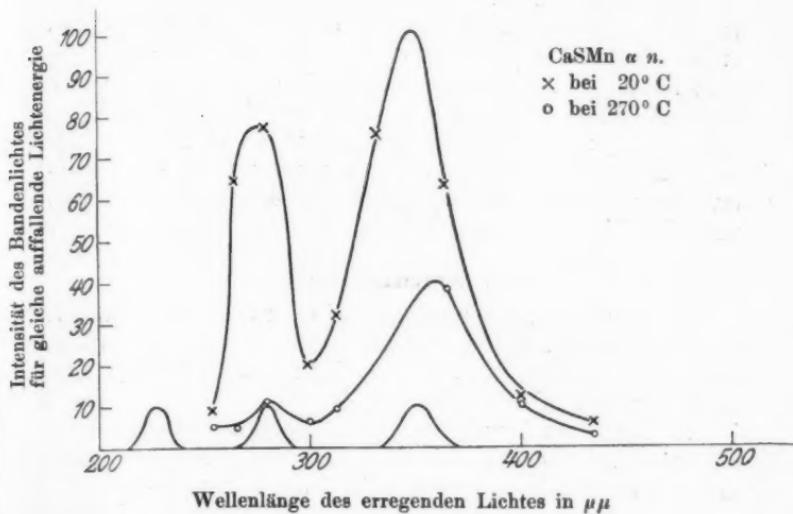


Fig. 4

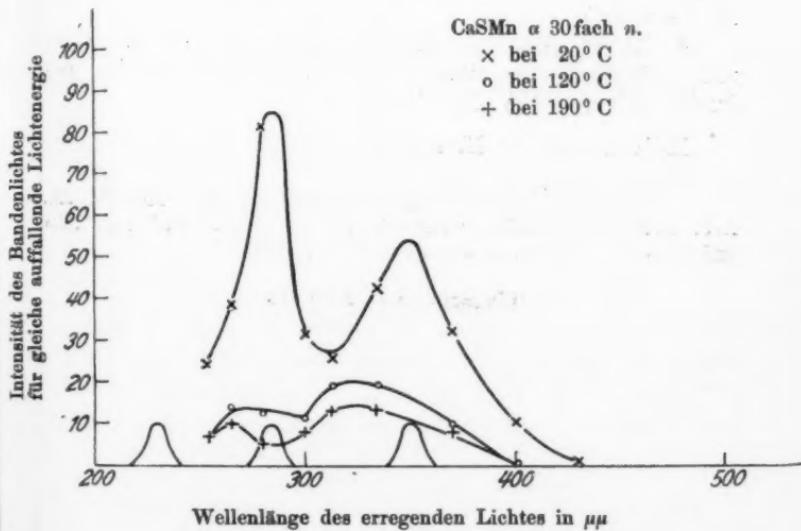


Fig. 5

Ein Vergleich der Versuchsergebnisse der Figg. 4 und 5 ergibt von neuem eine Stütze für die schon mehrfach untersuchte Erscheinung<sup>1)</sup>, daß die obere Grenze des Dauerzustandes einer Bande für Phosphore mit hohem Metallgehalt (mit vielen kleinen Zentren) bei niederen Temperaturen liegt, als für Phosphore mit geringem Metallgehalt (mit vielen großen Zentren). Beim normalen CaSMn  $\alpha$ -Phosphor verschwindet die Dauererregungsverteilung zwischen 300 und 400° C, beim 30fach normalen Phosphor schon bei etwa 120° C.

#### V. Zusammenfassung

1. Es wird eine Versuchsweise beschrieben, die gestattet, die Erregungsverteilungen von Phosphoreszenzbanden in einem erregenden Spektrum mit gleicher Energie aller Wellenlängen zu beobachten (Abschnitt II und III).
2. Die Versuchsweise ist auch geeignet, Veränderungen der Intensität und der spektralen Lage der Erregungsmaxima messend zu verfolgen (Abschnitt IV Figg. 1, 2 und 4).
3. Die Beobachtung, daß die zu einer Bande gehörigen Zentren verschiedener Dauer verschiedenen gelegene Temperaturbereiche haben, wird einwandfrei bestätigt (Abschnitt IV Figg. 4 und 5).
4. In den Momentanerregungsverteilungen der BaSCu  $\alpha$ - und CaSMn  $\alpha$ -Banden werden bisher unbekannte Maxima gefunden (Abschnitt IV Figg. 3 und 5).

Heidelberg, im März 1930.

---

1) P. Lenard, „Ausleuchtung und Tilgung“ III. Heidelb. Ak. A. 8. S. 28. 1918, H. Kuppenheim, Ann. d. Phys. 70. S. 102. 1923 und J. Schaper, Ann. d. Phys. 85. S. 942. 1928.

(Eingegangen 12. März 1930)

---





**Soeben erscheint im 75. Jahrgang:**

# **Jahresbericht über die Leistungen der chemischen Technologie f. das Jahr 1929**

Herausgegeben von

**Prof. Dr. B. Rassow und Dr. A. Loesche,  
Leipzig**

(Jahrg. 1—25 von R. v. Wagner, Jahrg. 26—56 von Ferd. Fischer)

## **1. Abteilung: Unorganischer Teil.**

VI, 731 Seiten mit 190 Abb. 1930. 8". Rm. 44.—, geb. Rm. 47.—

Inhalt: Chemische Technologie der Brennstoffe. — Metallgewinnung. — Chemische Fabrikindustrie. — Glas, Ton, Zement, Kalk. — Apparate, Verschiedenes. — Namenregister. Sachregister. Verzeichnis der Deutschen Reichspatente.

Mit diesem Band liegt der I. Teil des 75. Jahrganges der Jahresberichte vor. Innerhalb dieser 75 Jahre hat sich die enorme Entwicklung der chemischen Technik vollzogen, die sich in den einzelnen Jahrgängen der Berichte widerspiegelt. Entsprechend dieser Entwicklung sind die Jahresberichte immer mehr ausgebaut worden. Sie bergen heute eine Fülle von Wissen in Literatur und Patentwesen in übersichtlicher Weise, so daß sie zum unentbehrlichen Rüstzeug der chemischen Industrie und verwandter Gebiete gehören.

## **Aus Besprechungen über frühere Ausgaben:**

Petroleum: Wenige unter den periodisch erscheinenden Werken werden alljährlich von dem Fachmann mit solcher Ungeduld erwartet, wie die Jahresberichte, die stets eine der wichtigsten Fundstätten, insbesondere für den in der Praxis stehenden Chemiker gewesen sind. Die Arbeit, die in einem solchen Werk niedergelegt ist, kann nur ermessen, wer selbst jahraus jahrein sich mit ähnlichen Arbeiten beschäftigt hat. So mancher 52silbige Körper könnte ruhig unerfunden bleiben, aber Werke wie das vorliegende, wie Beilstein, Friedländer usw., gehören zum unentbehrlichen Rüstzeug. Sie bedürfen keiner Empfehlung.  
**Dr. L. Singer.**

Kali: Es gibt wohl kaum ein anderes Gebiet der Technologie, welches über ein so bedeutendes Werk verfügt, wie es diese Jahresberichte sind. In lückenloser Reihenfolge, mit dem Jahre 1855 beginnend, geben diese Bände ein eingehendes Bild von der Entwicklung der chemischen Technologie. Ja, in den ersten Jahrzehnten waren sie die einzige regelmäßige Veröffentlichung auf chemisch-technischem Gebiete.  
**Sch.**

---

**JOHANN AMBROSIUS BARTH / VERLAG / LEIPZIG**

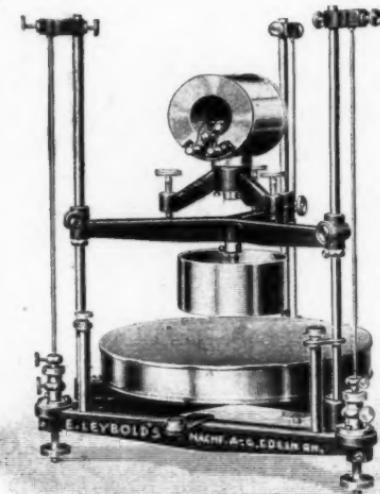
# E. Leybold's Nachfolger A.-G.

KÖLN-BAYENTAL

Bonner Str. 500

BERLIN NW. 6

Luisenstr. 31a



## Erschütterungsfreie Aufstellung nach Rudolf Müller

D.R.P.

(Abbildung mit Panzer-Galvanometer  
nach Paschen,  $\frac{1}{2}$  nat. Gr.)

Sonderliste über elektrische Meßinstrumente  
auf Wunsch

